



# UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

## TRABAJO FIN DE ESTUDIOS

Título

Concienciando sobre el uso de las matemáticas en la vida cotidiana

Autor/es

LORENA CASTELLANOS CACHO

Director/es

MIGUEL MARAÑÓN GRANDES

Facultad

Escuela de Máster y Doctorado de la Universidad de La Rioja

Titulación

Máster Universitario de Profesorado, especialidad Matemáticas

Departamento

MATEMÁTICAS Y COMPUTACIÓN

Curso académico

2017-18



***Concienciando sobre el uso de las matemáticas en la vida cotidiana***, de  
LORENA CASTELLANOS CACHO

(publicada por la Universidad de La Rioja) se difunde bajo una Licencia Creative  
Commons Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 3.0 Unported.

Permisos que vayan más allá de lo cubierto por esta licencia pueden solicitarse a los  
titulares del copyright.

© El autor, 2018

© Universidad de La Rioja, 2018

publicaciones.unirioja.es

E-mail: publicaciones@unirioja.es

**Trabajo de Fin de Máster**

# **Concienciando sobre el uso de las matemáticas en la vida cotidiana**

Autora:

*Lorena Castellanos Cacho*

Tutor: Miguel Marañón Grandes

**MÁSTER:**

**Máster en Profesorado, Matemáticas (M06A)**

**Escuela de Máster y Doctorado**



**UNIVERSIDAD  
DE LA RIOJA**

**AÑO ACADÉMICO: 2017/2018**



# Índice

Resumen.....	3
Abstract.....	3
1. Introducción.....	5
1.1. Antecedentes .....	5
1.2. Justificación del proyecto .....	6
2. Objetivos .....	7
2.1. Objetivos de las propuestas didácticas .....	7
2.2. Competencias clave de la LOMCE.....	8
3. Marco teórico .....	11
3.1. Adolescencia.....	11
3.2. Teorías del aprendizaje.....	14
3.2.1. Condicionamiento instrumental de Skinner .....	14
3.2.2. Aprendizaje por modelado de Bandura .....	15
3.3. Contexto educativo.....	16
3.3.1. Matemáticas en 3º de ESO .....	16
3.3.2. Matemáticas en 2º de Bachillerato .....	17
3.3.3. Calendario escolar .....	18
3.4. Didáctica de las Matemáticas.....	19
3.4.1. Proceso enseñanza-aprendizaje .....	20
3.4.2. Variables psicológicas del alumno .....	21
3.4.3. Motivación .....	21
3.4.4. Las Matemáticas en el aula.....	23
4. Estado de la cuestión.....	27
4.1. Situación actual de las matemáticas en el aula.....	27
4.1.1. Experiencia en el aula .....	27
4.1.2. Búsqueda de libros y proyectos relacionados .....	28
4.2. Análisis de la situación actual .....	30
5. Propuesta de intervención didáctica .....	33
5.1. Cálculo de porcentajes e incremento porcentual .....	33

5.1.1. Objetivos de la intervención .....	34
5.1.2. Descripción de su aplicación .....	34
5.1.3. Actividades .....	42
5.1.4. Materiales y recursos .....	46
5.1.5. Criterios de evaluación .....	47
5.2. Estadística.....	47
5.2.1. Objetivos de la intervención .....	48
5.2.2. Descripción de su aplicación .....	48
5.2.3. Materiales y recursos .....	51
5.2.4. Criterios de evaluación .....	51
5.3. Propuesta para 3º de ESO.....	52
5.3.1. Estudio de casos sobre "con ganas de triunfar" .....	52
5.3.2. Números de identificación y códigos de barras .....	54
6. Discusión.....	55
6.1. Discusión sobre porcentajes e incrementos.....	55
6.2. Discusión sobre estadística.....	56
6.3. Discusión sobre la propuesta para 3º de ESO .....	56
7. Conclusiones.....	57
7.1. Balance .....	57
7.2. Metaevaluación .....	58
7.3. Mejoras .....	58
8. Bibliografía .....	59
9. Anexos .....	61
9.1. Anexo I: Leyes educativas .....	61
9.2. Anexo II: Recursos didácticos tecnológicos .....	63
9.3. Anexo III: Economía de fichas.....	66
9.4. Anexo IV: Códigos de barras .....	68
9.4.1. Los cheques de viaje de American Express.....	68
9.4.2. Número de identificación de un banco .....	68
9.4.3. El código de barras para el código "39" .....	69
9.4.4. El código postal.....	69
9.5. Anexo V: Encuesta de satisfacción .....	71

# Resumen

La mayoría de los alumnos de los institutos carecen de interés por las matemáticas, y esto es debido a que desconocen la aplicación de esta ciencia en la vida cotidiana. La metodología utilizada por los docentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje es, en su mayor parte, tradicional, por lo que tal vez sería adecuado un cambio en la forma de enseñar matemáticas y en las estrategias de aprendizaje utilizadas, incrementando, sobre todo, la motivación de los estudiantes.

Este proyecto va enfocado a esta línea de trabajo. En él, se ha llevado a cabo una propuesta de intervención didáctica para que los alumnos de 3º de ESO descubran las aplicaciones del cálculo de porcentajes e incremento porcentual y de las operaciones aritméticas y promedios a la vida cotidiana a través de un concurso que se extenderá a lo largo de todo el curso académico, el cual constará tanto de actividades relacionadas con el tema a profundizar como de un juego que elaborarán y prepararán los propios alumnos. También se propone a los estudiantes de 2º de Bachillerato una serie de actividades, así como la realización de un póster, para que conozcan el uso de la estadística en la sociedad.

# Abstract

Most of students at school are not interested in Mathematics and this is so because they do not know applications of this science in real life. The methodology that teachers use in the learning and teaching process is generally traditional. There should be a change in the way of teaching Maths and in the learning strategies used, increasing students motivation above all.

This project is focused on this line of work. In it, we have developed an educational proposal so that 3rd CSE (Compulsory Secondary Education) students discover the applications of percentage calculations, increasing percentages and arithmetical operations and averages to their daily life by means of a contest which will last the whole academic year. Not only will this contest have activities related to the considered matter, but also a game which will be

elaborated and prepared by the students themselves. Furthermore, some interesting activities have been proposed to 2nd Bacculaureate students so that they know about the use of statistics in their daily life, as well as the creation of a poster.



# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Antecedentes

Las matemáticas siempre han sido una ciencia que muchos estudiantes afrontan con miedo en los colegios e institutos. En muchas ocasiones, los alumnos utilizan su memoria para aprenderse fórmulas en lugar de entender lo que están haciendo. De esta manera, no son del todo partícipes del proceso creativo que implica resolver un problema matemático. Y este proceso debe estimularse en la infancia y en la adolescencia para que más adelante puedan canalizarlo a otras disciplinas o hacia las propias matemáticas. Por este motivo, en este proyecto quiero innovar en la construcción del conocimiento matemático desde la educación en los ciclos de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y en Bachiller.

Gracias a las prácticas del Máster Universitario de Profesorado, especialidad en Matemáticas, he tenido la oportunidad de conocer metodologías diversas para impartir los contenidos necesarios y poder observar cuáles son los ámbitos que menos motivan a los alumnos y que les hacen perder el interés desde un principio. Además, me parece de gran importancia en la didáctica de las matemáticas saber enseñar a ser y enseñar a cuestionar, no sólo transmitir el conocimiento, ya que, como dijo Hans Freudenthal, matemático holandés nacido en Alemania el cual podemos ver en la *Figura 1*, “guiar es llegar a un balance delicado entre la fuerza de enseñar y la libertad de aprender”.



Figura 1: Hans Freudenthal (1905-1990).

Así que, en este Trabajo Fin de Máster (TFM), deseo llevar a cabo un proyecto con el cual se innove en el aula.

## 1.2. Justificación del proyecto

Durante las prácticas en el instituto, tuve la oportunidad de conocer, entre otros, a un grupo de 2º de Bachillerato de Ciencias Sociales. Gracias a esto y a otras experiencias fuera del aula en las cuales he podido impartir clase a alumnos de la ESO, pude notar lo siguiente con respecto a las matemáticas:

- Falta de motivación.
- Falta de claridad en la definición de las metas.
- Poca predisposición.
- Concesión de una importancia exclusiva al resultado de los exámenes, ignorando el conocimiento adquirido.

Estos comportamientos venían derivados de una pregunta que muchos alumnos llevan formulando desde que yo recuerdo, incluso cuando yo estudiaba en el instituto, y esta es: “¿para qué sirve lo que hacemos?”. Los alumnos no saben para qué se utilizan exactamente las matemáticas, lo cual produce que pierdan el interés o que tengan el concepto de que es una asignatura complicada.

Por más que se les explique los contenidos, los cuales olvidan fácilmente, la mayoría de las veces no intentan profundizar en su comprensión y, creyendo que no tienen apenas utilidad en la vida cotidiana, su única preocupación es saber resolver los ejercicios que pueden entrar en el examen. Además, si se cambian un poco dichos ejercicios, tienen dificultad para relacionar el aprendizaje llevado a cabo y para saber asociar los conocimientos nuevos adquiridos.

Con el objetivo de paliar, en la medida de lo posible, este problema, el cual motivó este TFM, en este proyecto de innovación presento una propuesta didáctica que permita abordar diferentes ámbitos matemáticos para que los alumnos puedan comprender la utilidad de estos en la vida cotidiana, concienciándolos sobre el uso de esta ciencia en la sociedad actual.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1. Objetivos de las propuestas didácticas**

Los objetivos de este TFM, los cuales se corresponden a diferentes ámbitos matemáticos que se van a desarrollar a lo largo de este proyecto, son que los alumnos adquieran los siguientes conceptos cercanos a situaciones de la vida cotidiana:

1. Conocer las diferencias entre comprar al contado y comprar a plazos, comparando las diferencias en el precio y viendo las ventajas e inconvenientes de cada modalidad de pago.
2. Prestar atención al hecho de si el IVA está incluido en el precio del bien de consumo que se desea adquirir, o por el contrario, si no lo está, entender cómo afecta este hecho al precio final.
3. Ser capaces de detectar publicidad engañosa o desleal de diferentes medios.
4. Ser capaces de estimar el coste de un viaje teniendo en cuenta el precio medio de la gasolina y el gasto promedio de gasolina cada cien kilómetros.
5. Fijarse en la rentabilidad (o no) del uso de un vehículo particular en función del número de viajeros que lo utilice y ser capaces de pensar en alternativas menos dañinas para el medio ambiente (uso del transporte urbano e interurbano, trenes, aviones, etc.) haciendo que, entre todos, la contaminación sea menor a la vez que se ahorra dinero en muchos casos.
6. Darse cuenta de que el gasto en ciudad es, por lo general, bastante más alto que por carretera, y que en las autopistas hay que pagar peaje mientras que, por el contrario, el uso de las autovías es gratuito.
7. Ser capaces de interpretar los datos mostrados en un gráfico o tabla.
8. Distinguir entre porcentaje y porcentaje acumulado, y lo que este hecho representa para la interpretación correcta del gráfico.
9. Conocer el IPC (Índice de Precios del Consumo) y la cesta de la compra, entender la variación porcentual del IPC y distinguir entre la variación del IPC en España y en las distintas Comunidades Autónomas.
10. Ser capaces de detectar errores matemáticos en la prensa.

11. Conocer la aplicación de la estadística en la detección de las enfermedades relacionadas con la altura y el peso.
12. Conocer la Estadística para poder calcular consumo de gastos medios.
13. Conocer la aplicación de la estadística como herramienta en la investigación psicológica.
14. Realizar histogramas comprendiéndolos.
15. Conocer la existencia del INE (Instituto Nacional de Estadística).

## **2.2. Competencias clave de la LOMCE**

Con el presente proyecto, se pretenden alcanzar también las siete competencias clave de la LOMCE (Ley Orgánica 8/2013, del 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa), establecidas en el Artículo 2 de la Orden ECD/65/2015, del 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la Educación Primaria, la Educación Secundaria Obligatoria y el Bachillerato. Estas siete competencias se desean adquirir de la siguiente manera:

1. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:
  - Operar con números reales para resolver distintos tipos de problemas.
  - Ser capaz de trabajar con soltura utilizando porcentajes.
  - Interpretar gráficos o tablas.
  - Dominar los conceptos básicos relativos a la estadística.
  - Analizar y sacar conclusiones de un conjunto de datos referente a una variable estadística.
2. Competencia lingüística:
  - Utilizar los términos apropiados al trabajar en matemáticas.
  - Entender un texto con el fin de resumir su información mediante una función y su gráfica.
  - Utilizar la terminología estadística con propiedad.
  - Entender los enunciados de los ejercicios.
  - Expresar procedimientos matemáticos de una forma clara y concisa.

3. Competencia digital:
  - Usar la calculadora como herramienta que facilita los cálculos.
  - Mostrar interés por la utilización de herramientas que permitan trabajar con datos matemáticos.
4. Aprender a aprender:
  - Ser consciente del desarrollo de su propio aprendizaje.
  - Ser consciente de la utilidad de sus conocimientos para trabajar con funciones.
  - Valorar el aprendizaje de razonamientos matemáticos como fuente de conocimientos futuros.
  - Autoevaluar los conocimientos adquiridos sobre funciones.
5. Competencias sociales y cívicas:
  - Analizar fenómenos de la vida real mediante su representación gráfica o en forma de tabla.
  - Dominar las representaciones gráficas para entender informaciones dadas de este modo.
  - Dominar los conceptos de la estadística como medio para analizar críticamente la información que recibimos.
  - Valorar la conservación del medio ambiente y el uso responsable de las fuentes de energía.
6. Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor:
  - Analizar procesos matemáticos relacionados con números.
  - Decidir qué procedimiento de los aprendidos es más válido ante un problema.
  - Utilizar la lógica y sus conocimientos matemáticos para analizar gráficas o tablas que representen fenómenos de la vida real.
  - Analizar fenómenos físicos mediante su representación gráfica.
  - Valorar los conocimientos estadísticos adquiridos como medio para interpretar la realidad.
  - Utilizar sus conocimientos matemáticos para resolver problemas.

#### 7. Conciencia y expresiones culturales:

- Aplicar los conocimientos aprendidos sobre aritmética a la hora de tomar decisiones.
- Hacer uso de las aplicaciones de la estadística aprendidas en la sociedad.
- Ser capaces de reducir gastos con los conocimientos de cálculo porcentual aprendidos.

Además de los objetivos por competencia desarrollados, se puede observar también la relación entre los objetivos descritos en el apartado 2.1. *Objetivos de las propuestas didácticas* y las competencias clave de la LOMCE en la *Tabla 1*.

Competencias	Objetivos
Comunicación matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15
Competencia lingüística	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,15
Competencia digital	3,10
Aprender a aprender	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15
Competencias sociales y cívicas	1,2,3,4,5,6,8,9,10
Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor	1,3,4,5,6,10,13
Conciencia y expresiones culturales	1,2,9,11,12,13,15

Tabla 1: Relación entre competencias y objetivos del proyecto de innovación.

### 3. MARCO TEÓRICO

Este proyecto de innovación se divide en diferentes ámbitos matemáticos enfocados a alumnos de la ESO y Bachillerato; en concreto, a la clase de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO y a 2º de Bachillerato, tanto de Ciencias como de Ciencias Sociales. Es un proyecto sobre didáctica, ya que se quiere que, a través del aprendizaje en el aula, los alumnos conozcan el uso de las matemáticas en la sociedad y sepan enfrentarse con más ingenio a situaciones de la vida cotidiana. En él, influyen los siguientes factores:

- **Adolescencia:** se necesita conocer el desarrollo en la edad que tienen los alumnos para poder desempeñar mejor el papel de docente.
- **Teorías de aprendizaje:** como se van a impartir clases en el aula, se deben conocer las distintas teorías de aprendizaje, ya que estas explican los cambios que se producen en la conducta. Nos centraremos en dos: el condicionamiento instrumental u operante de Skinner, que se basa en la aplicación de refuerzos y castigos para obtener una conducta adecuada en nuestros alumnos, y el aprendizaje por modelado de Bandura, el cual se centra en la imitación de comportamientos modélicos.
- **Contexto educativo:** es importante conocer las leyes que rigen la educación actual y cómo afecta en los institutos.
- **Didáctica de las Matemáticas:** se pretende, en este proyecto, modificar la didáctica habitual de esta asignatura y poner de relieve las diferencias existentes con la forma de enseñar tradicional.

A continuación se expone cada uno de ellos.

#### 3.1. Adolescencia

La adolescencia es un tema al que se da mucha importancia en el Máster Universitario de Profesorado, y realmente la merece. Es una etapa llena de cambios, en la que influyen muchos factores. Conociendo cómo afecta en los alumnos, es posible enfocar las clases de una manera funcional si se tiene en cuenta. Esta etapa recorre un rango de edades comprendido entre los 10 y los 19 años que pueden dividirse en tres etapas según la Organización Mundial de la Salud (OMS):

1. Adolescencia temprana: de 10 a 13 años.
2. Adolescencia media: de 14 a 16 años.
3. Adolescencia tardía: de 17 a 19 años.

De esto se deduce que los alumnos de 3º de ESO y los de 2º de Bachillerato no están en la misma etapa. Como el proyecto de innovación que se desarrolla en este TFM está orientado a esas edades, se tiene que hacer una diferenciación entre ambas.

Los alumnos de 3º de ESO tienen normalmente 14 o 15 años, lo que significa que están en la adolescencia media. Este es un periodo de aumento de vulnerabilidad a tomar riesgos y problemas, en el que cambia mucho el afecto y el comportamiento. Los cambios que se producen son, sobre todo, biológicos y físicos. También destacan los cambios a nivel social y emocional. En esta etapa comienzan a desarrollar su personalidad, luego todos los cambios que escojan van a ser realmente significativos en su futuro.

Los alumnos de 2º de Bachillerato tienen normalmente 17 o 18 años, por lo que se encuentran en la adolescencia tardía. Esta etapa está marcada por cambios a nivel cultural y psicosocial. La mayoría de los alumnos de este curso ya tendrán decidido lo que van a hacer al siguiente año y cuesta más sorprenderles con una asignatura. Por eso, es muy importante motivarles.

En general, tanto para los alumnos de 3º de ESO como de 2º de Bachillerato, se producen cambios intelectuales y la adquisición de nuevas habilidades cognitivas. Estas habilidades cognitivas desarrolladas tienen que ver con la memoria, la atención, el lenguaje o el pensamiento. También se desarrollan otras áreas como el pensamiento social, la capacidad de ponerse en el punto de vista del otro, la consolidación de la identidad o el juicio moral.

La diferencia existente entre la niñez, donde predomina un pensamiento concreto, y la adolescencia, donde reina el pensamiento formal, puede observarse en la *Tabla 2*.



Niñez Pensamiento concreto	Adolescencia Pensamiento formal
Resuelve problemas al azar	Plantea hipótesis
Pegado a la realidad	Razona sobre la realidad
Utiliza datos inmediatos	Incorpora conocimiento previo
Actuación sobre objetos	Razonamiento verbal
Multiplicación de ensayos	Aislamiento de factores
Lógica de clases	Lógica proposicional
Razonamiento inductivo	Razonamiento hipotético-deductivo
Combina elementos comparando combinaciones anteriores	Combina elementos de forma sistemática

Tabla 2: Diferencia entre niñez y adolescencia.

El cambio de la niñez a la adolescencia lo produce paulatinamente el desarrollo. En cuanto a la adolescencia, lo que me parece de mayor relevancia a la hora de enfrentarme a una clase para conseguir que aprendan y que muestren interés es conocer los rasgos cognitivos característicos de los adolescentes [1]. Entre ellos, los que merece más la pena destacar son el idealismo y la tendencia a discutir, ya que en este proyecto es adecuado tenerlos en cuenta, por ejemplo, en la propuesta de 3º de ESO (desarrollada en 5.1. *Cálculo de porcentajes e incremento porcentual, operaciones aritméticas y promedios*). Por un lado, es necesario contar con el idealismo de los adolescentes, ya que durante el concurso presentado en esta propuesta podrían hacer caso omiso de las recomendaciones que el docente les pudiera dar tras hacer o pensar algo erróneamente (debido a su idealización de las situaciones). Por otro lado, su tendencia a discutir podría complicar el devenir de dicho concurso, en el cual seguramente busquen constantemente probar y demostrar sus capacidades de razonamiento. Sin estos conocimientos acerca de los adolescentes, no se podría plantear dicha propuesta.

En resumen, en la adolescencia ocurren muchos cambios, tantos físicos como a nivel cognitivo o del pensamiento, y es necesario conocerlos en la docencia

para ser conscientes de cómo es el momento de sus vidas que están atravesando y, de acuerdo con ello, adaptar nuestro modo de enseñar a estas circunstancias.

## 3.2. Teorías del aprendizaje

En la asignatura de *Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad* del Máster de Profesorado estudié las distintas teorías del aprendizaje. Estas teorías estudian el aprendizaje como adquisición de respuestas. Las más relevantes para este proyecto son los modelos del conductismo y el Aprendizaje Social:

- a) Respecto al conductismo, veremos el condicionamiento instrumental u operante de Skinner.
- b) El Aprendizaje Social lo compone el aprendizaje por modelado o vicario con el modelo socio-cognitivo de Bandura.

Estas dos teorías se exponen brevemente a continuación.

### 3.2.1. Condicionamiento instrumental u operante de Skinner

La conducta en esta teoría recibe el nombre de conducta operante (instrumental) debido a que provoca la aparición de una consecuencia. Se basa en la idea de aprender de las consecuencias de una conducta, ya que estas producen cambios en la probabilidad de que la conducta aparezca. Es decir, se trata de una conducta orientada a la consecución de un resultado. Si la conducta es reforzada, el alumno repetirá el comportamiento. La presentación del refuerzo o del castigo depende de la conducta emitida por el alumno. Es, por tanto, una contingencia de tres términos (antecedentes, conducta y consecuencias), siguiendo un esquema A-B-C como el que se puede ver en la *Figura 2*.

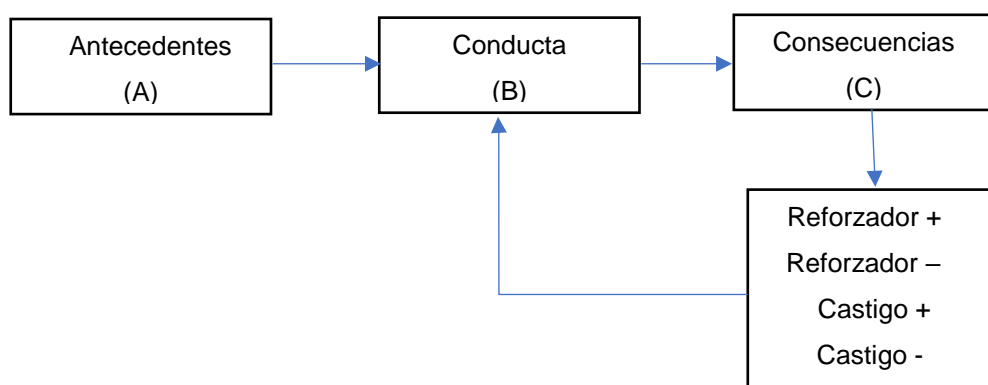


Figura 2: Contingencia de los tres términos del condicionamiento instrumental.

En general, la idea del condicionamiento instrumental u operante es que hay una relación entre la conducta y las consecuencias. Con respecto al proyecto de innovación desarrollado en este TFM, el condicionamiento operante de Skinner puede ayudar a que, si un alumno plantea una buena pregunta un día, siendo ésta curiosa y estando relacionada con el uso de las matemáticas en la vida cotidiana, o cuenta un dato interesante relacionado con el tema, y además el docente felicita o elogia a ese alumno (refuerzo positivo), entonces ese alumno siga planteando buenas preguntas o aportando datos curiosos. Si un alumno un día no hace una actividad de las que se han propuesto en clase y se le reprende verbalmente haciéndole saber que, a la próxima vez, se le bajará la nota (castigo positivo), también puede ayudar a que éste realice la actividad para el próximo día. Esta técnica se aplica en la propuesta de intervención desarrollada en el apartado 5. *Propuesta de intervención didáctica* de este trabajo.

### *3.2.2. Aprendizaje por modelado o vicario de Bandura*

El modelo socio-cognitivo de Bandura incorpora la cognición. El ser humano también aprende imitando a los demás. Es decir, también se aprenden determinados comportamientos a través de la observación o imitación de otros modelos (modelado). Por ello, existe la posibilidad de aprender nuevos comportamientos en ausencia de un reforzador directo, simplemente observando las consecuencias de esas conductas en otros. Esto quiere decir que puede existir aprendizaje aunque no haya cambio en la conducta. Además, la imitación no sólo permite adquirir o aumentar comportamientos, sino también inhibir otros comportamientos.

En la propuesta de intervención que se expone en este TFM, un alumno puede aprender de la conducta de otro alumno. Por ejemplo, puede ver que a un alumno se le felicita públicamente por la realización de un póster que sintetice claramente la aplicación de la estadística en la medicina y entonces percatarse de que, si sintetiza muy bien información interesante, el docente estará contento con el trabajo que realice. O, por el contrario, si ve que a un compañero se le hacen recomendaciones para que mejore su póster, las puede tener en cuenta para la realización del suyo.

### 3.3. Contexto educativo

A la hora de desempeñar el papel de docente, es vital situarnos en la ley vigente que rige el sistema educativo en el país en que nos encontremos. En España, la ley educativa actual es la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) desde el 9 de diciembre del 2013. El real decreto que regula el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, tras la modificación de la organización y los elementos curriculares de dichas enseñanzas realizada por la LOMCE, es el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre.

La LOMCE supuso cambios con respecto a las anteriores leyes, las cuales pueden observarse en el *Anexo I*. En la ESO y Bachillerato las asignaturas se agrupan en tres bloques, los cuales se indican a continuación.

- Asignaturas troncales: asignaturas cuyo contenido está definido por el Gobierno Central.
- Asignaturas específicas: asignaturas cuyos contenidos son definidos por las Comunidades Autónomas a partir de las normas de evaluación fijadas por el Gobierno.
- Asignaturas de libre configuración autonómica: asignaturas diseñadas por el Gobierno de cada Comunidad Autónoma.

#### 3.3.1. Matemáticas en 3º de ESO

En 3º de ESO, la especificación de la asignatura de Matemáticas viene dada según el Artículo 13.2 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria [2]. Según dicho artículo, que versa sobre la organización del primer ciclo de Educación Secundaria Obligatoria, en el curso tercero los alumnos deben cursar como materia de opción en el bloque de asignaturas troncales o bien Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas o Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas. En el Boletín Oficial de La Rioja (BOR), en el Decreto 19/2015 de 12 de junio, se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y se regulan determinados aspectos sobre su organización, así como la evaluación, promoción y titulación del alumnado en la Comunidad Autónoma de La Rioja. En dicho decreto, en el Anexo III: Currículo

básico de la Educación Secundaria Obligatoria, se establece que tanto las Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas como las Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas se organizan en cinco bloques:

- Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas.
- Bloque II: Números y álgebra.
- Bloque III: Geometría.
- Bloque IV: Funciones.
- Bloque V: Estadística y probabilidad.

### 3.3.2. *Matemáticas en 2º de Bachillerato*

La especificación de las asignaturas de Matemáticas II y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II vienen dadas según el Artículo 17 (versa sobre la *Organización del segundo curso de Bachillerato*) del Real Decreto 1104/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de Bachillerato. En el Boletín Oficial de La Rioja (BOR), en el Decreto 21/2015, de 26 de junio [3], se establece el currículo de Bachillerato y se regulan determinados aspectos sobre su organización, así como la evaluación, promoción y titulación del alumnado en la Comunidad Autónoma de La Rioja.

1. **2º Bachiller Ciencias:** La asignatura Matemáticas II es una continuación de Matemáticas I, la cual se imparte en 1º Bachiller. Su especificación viene dada por el Artículo 17.1, el cual establece que, en segundo curso de la modalidad de Ciencias de la etapa de bachillerato, los alumnos deberán cursar Matemáticas II como materia del bloque de asignaturas troncales. En el Decreto 21/2015 del BOR, en el Anexo I: Currículo básico de Bachillerato, se establece que las Matemáticas II se organizan en cinco bloques:
  - Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas.
  - Bloque II: Números y Álgebra.
  - Bloque III: Análisis.
  - Bloque IV: Geometría.
  - Bloque V: Estadística y probabilidad.
2. **2º Bachiller Ciencias Sociales:** La asignatura Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I se imparte en 1º Bachillerato de Ciencias Sociales, por lo que la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

II es una continuación. En su especificación en el Artículo 17.5, viene descrito que, en segundo curso de la modalidad de Humanidades y Ciencias Sociales de la etapa de Bachillerato, los alumnos deberán cursar la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales dentro del bloque de asignaturas troncales. En el Decreto 21/2015 del BOR, también en el Anexo I, se establece que las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II se organizan en cuatro bloques:

- Bloque I: Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas.
- Bloque II: Números y Álgebra.
- Bloque III: Análisis.
- Bloque IV: Estadística y probabilidad.

Puede observarse que la asignatura de Matemáticas II tiene un bloque más que la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, que se corresponde con el de Geometría.

### 3.3.3. Calendario escolar

Para la organización de los contenidos es necesario conocer la distribución del calendario escolar. En cada localidad y en cada año es diferente; en particular, este TFM se centra en el calendario escolar del curso 2017-2018 de Logroño. Este calendario puede verse en la *Figura 3.1* desde septiembre de 2017 hasta febrero de 2018 y en la *Figura 3.2* desde marzo de 2018 hasta agosto de 2018.

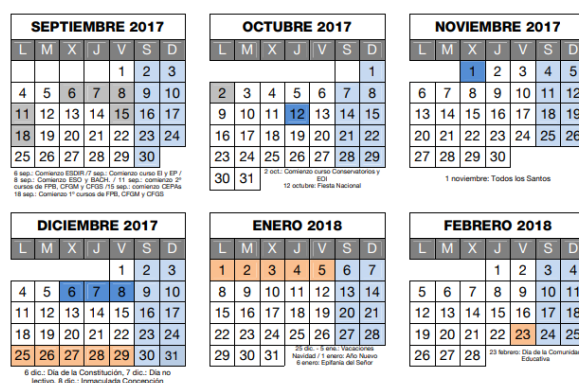


Figura 3.1: Calendario escolar (1ª parte).

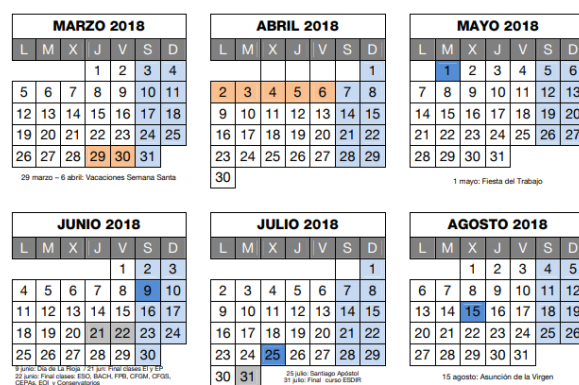


Figura 3.3: Calendario escolar (2ª parte).

Cabe destacar que, según la Resolución de 10 de abril de 2017 aprobada por la Consejería de Educación, Formación y Empleo, las clases para la ESO y para Bachillerato [4] finalizan el 22 de junio. Los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria que no hayan superado todas las materias en la evaluación final ordinaria podrán realizar las oportunas pruebas extraordinarias durante los tres últimos días lectivos del mes de junio de 2018; es decir, 20, 21 y 22 de junio.

Esto supone un problema debido a que los alumnos que han aprobado todo en la convocatoria ordinaria tienen la obligación de ir a clase junto con los alumnos que no. Es interesante conocer este hecho para el proyecto de innovación desarrollado en este TFM.

### 3.4. Didáctica de las Matemáticas

La didáctica es el arte de enseñar y transmitir conocimientos. Esta transmisión es necesaria hacerla desde el punto de vista de quien va a recibir el conocimiento. No es lo mismo enseñar Matemáticas a un estudiante de Primaria que a un estudiante de Bachillerato. Como en este TFM se presentan propuestas de intervención didácticas dirigidas a diferentes programas académicos (concretamente, ESO y Bachillerato), deberemos adaptar nuestra enseñanza a cada uno de ellos.

Desde el punto de vista de la didáctica es muy relevante la cognición, que es la capacidad intelectual de procesar información. Si un docente va a enseñar una rama de conocimiento a un alumno, éste tiene que pasar por un proceso no trivial de asimilación de ese conocimiento. Para que dicho proceso tenga éxito, hay que tener en cuenta que todos los seres humanos tenemos un conocimiento

previo. Por otro lado, desde la niñez, todos poseemos una tendencia innata hacia las matemáticas (las cuales tienen su origen en la palabra griega *Mathema*, que significa conocimiento, entendimiento o percepción; es decir, la construcción del conocimiento). Bajo estas premisas, se puede enseñar la asignatura de matemáticas a alumnos de la ESO, ya que a estos todavía es posible moldearles la forma de pensar y aún no han perdido esa capacidad natural de razonar desde un punto de vista matemático basado en sus propias experiencias cotidianas.

#### 3.4.1. Proceso de enseñanza-aprendizaje

En este TFM, con el proyecto de innovación que se describe, se pretende que los alumnos puedan transferir sus conocimientos matemáticos a la vida real. Desde el punto de vista del proceso de enseñanza-aprendizaje, es muy importante tener en cuenta la edad de los alumnos (asunto tratado en el punto 3.1. *Adolescencia*) y la teoría de aprendizaje que se emplee en cada momento (3.2. *Teorías de aprendizaje*) para conseguir que dicho proceso resulte victorioso. En la *Figura 4* puede observarse lo que se quiere conseguir con el proceso de enseñanza-aprendizaje a través de las propuestas didácticas.

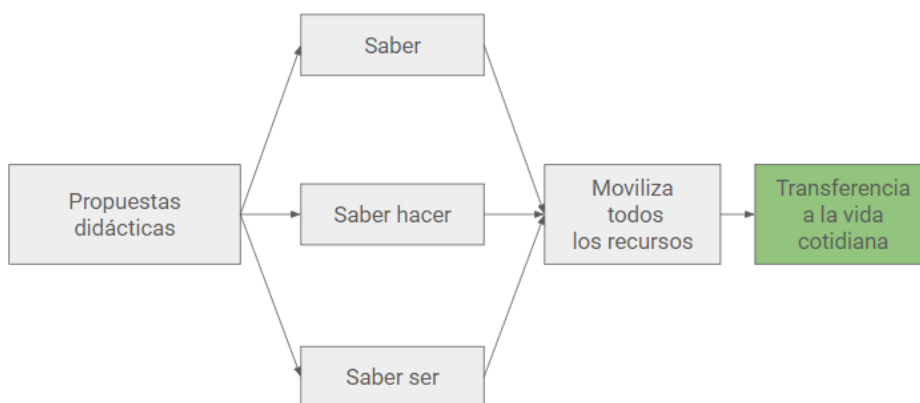


Figura 4: Proceso de enseñanza-aprendizaje de las propuestas didácticas.

Más detalladamente, lo que muestra la Figura 4 es que, a partir de las propuestas didácticas (en este caso, de matemáticas), se desea que los alumnos no sólo adquieran conocimientos, sino que además sepan aplicarlos y utilizar todos los recursos disponibles para poder ponerlos en práctica en la vida cotidiana. Para este proceso también son de gran relevancia las variables psicológicas del alumno y, en especial, la motivación.



### 3.4.2. Variables psicológicas del alumno

En el proceso de enseñanza hay que tener en cuenta una serie de variables psicológicas del alumno, ya que éstas influyen en su aprendizaje. Estas variables son las siguientes:

- Querer: la motivación del alumno es de vital importancia para su aprendizaje de las matemáticas. Los aspectos relacionados con ella se expondrán en el punto 3.4.3. *Motivación*.
- Saber: tenemos que tener en cuenta los conocimientos previos de matemáticas que se hayan estudiado en cursos anteriores.
- Creer: son importantes las expectativas y el autoconcepto<sup>1</sup>.
- Poder: hay que considerar la inteligencia, la atención y la memoria. Es decir, las capacidades.
- Ser: en el aprendizaje también influyen los rasgos de la personalidad del alumno.
- Hacer: hay que saber cómo emplear la enseñanza de las matemáticas. Es decir, las estrategias utilizadas y las técnicas de aprendizaje.

Un estudiante tendrá un mejor o peor rendimiento según como sea en estos bloques de variables. En este proyecto, se intentará establecer un control sobre ellas durante las explicaciones previas a cada actividad (tanto para la propuesta para 3º ESO como para la de 2º Bachillerato desarrolladas en 5. *Propuesta de intervención didáctica*). En particular, en estas explicaciones se prestará atención al conocimiento previo de los alumnos (necesario para el diseño de las actividades que deberán idear), a su capacidad para poder resolver las actividades que hayan planteado y al grado de interés que los alumnos muestren hacia ellas. Además, para el diseño de esta propuesta se han tenido en cuenta diferentes estrategias de aprendizaje, las cuales han sido explicadas en el apartado 3.4.4. *Las Matemáticas en el aula*.

### 3.4.3. Motivación

El rendimiento en la didáctica de las Matemáticas no sólo depende del “poder”, de la capacidad, sino también del “querer” del alumno por aprender matemáticas.

---

<sup>1</sup> El autoconcepto es el conjunto de elementos que una persona utiliza para describirse a sí misma.

La motivación es la palanca que mueve la conducta. Inicia, orienta, y mantiene (o detiene) el comportamiento del alumno. Se basa en tres factores:

- Activación: inicio de la conducta motivada.
- Dirección: meta a la que nos lleva la motivación.
- Persistencia: mantenimiento de la conducta hasta la consecución del objetivo.

Además, la motivación siempre va acompañada de la emoción, que es la que impulsa a hacer algo. Lo más importante son los componentes personales de la motivación que promulgó Paul R. Pintrich (1953-2003), un psicólogo educativo que puede observarse en la *Figura 5*, en 1989.



Figura 5: Paul R. Pintrich.

Para saber si los alumnos están motivados, Pintrich distinguió tres componentes:

1. Componente de valor: corresponde a las metas de aprendizaje. “¿Qué valor tiene para mí esta tarea?” o “¿por qué hago esta tarea?”.
2. Componente de expectativa: autoconcepto y autoeficacia<sup>2</sup>. “¿Soy capaz de hacer esta tarea?”.
3. Componente afectivo: reacciones emocionales. “¿Cómo me siento haciendo esta tarea?”.

Estos componentes están estrechamente relacionados y es conveniente conocerlos en el proceso de enseñanza.

Con este proyecto, se intentará incentivar la motivación de los alumnos de diversas formas. De hecho, en la propuesta del concurso que se desarrolla para 3º de ESO (*5.1. Cálculo de porcentajes e incremento porcentual, operaciones*

---

<sup>2</sup> La autoeficacia es la capacidad de verse a uno mismo haciendo una tarea en el futuro de una forma positiva.

*aritméticas y promedios*) aparece un factor claramente motivante como es el hecho de obtener una recompensa que aumentará el interés de los alumnos por hacer lo necesario para conseguirla. A lo largo del desarrollo del concurso, también se plantean actividades lúdicas como juegos en los que competirán los diferentes grupos de la clase entre sí, lo cual aporta un toque de emoción que les suele resultar atractivo a los alumnos. Además, el hecho de explicarles cómo se pueden aplicar las matemáticas a la vida cotidiana impulsará a los alumnos a aplicar los conocimientos aprendidos en el aula en su día a día, lo que les animará a seguir aprendiendo.

#### **3.4.4. Las Matemáticas en el aula**

Pasamos a estudiar diferentes estrategias de enseñanza para explicar Matemáticas en el aula. Las más relevantes se describen a continuación.

1. **Aprendizaje por proyectos:** un proyecto en una clase de matemáticas es una forma de plantear el conocimiento de la realidad de modo globalizado e interdisciplinar. Como escribe Edurne Chocarro de Luis en [5], consiste en “provocar situaciones de trabajo en las que el alumnado aprenda procedimientos que le ayuden a organizar, comprender y asimilar una información”, como por ejemplo la realización de un trabajo sobre la vida y obra de un matemático que aparezca en el contenido curricular del curso correspondiente. En este proyecto, los matemáticos que se van a estudiar son los que se presentan en el concurso, el cual obligará a estudiarlos en toda su complejidad, integrando diversas perspectivas, intenciones y finalidades.

La participación de los alumnos es plena en la elaboración del trabajo, ya que son ellos quienes construyen el guión que lo conduce, buscan la información necesaria para desarrollarlo, aportan materiales y componen documentos. El protagonismo del alumno en las distintas fases y actividades aumenta su motivación y le ayuda a ser consciente de su proceso de aprendizaje. Por otra parte, el profesorado debe responder a los retos que plantea una estructuración más abierta y flexible de los contenidos escolares. En definitiva, el aprendizaje por proyectos en matemáticas:

- Está centrado en el alumno.

- Se basa en tareas complejas y en contenidos matemáticos que hacen referencia a contextos de la vida cotidiana.
- Posee complementariedad con otro tipo de estrategias.
- Implica diseño, utilización de estrategias y procedimientos y toma de decisiones.
- Se puede hacer en grupo o de manera individual.
- Favorece y promueve la búsqueda de soluciones creativas.
- Potencia el uso de las TIC con herramientas matemáticas (muchas de ellas pueden verse en el *Anexo II*).

2. **Aprendizaje cooperativo:** parte de la organización de la clase en grupos más pequeños donde los alumnos trabajan juntos de manera coordinada para resolver tareas. Cada uno puede lograr sus objetivos si, y solo si, los demás logran alcanzar los suyos. Se centra en la interacción entre el alumnado, la confrontación de ideas, el intercambio de opiniones y la explicación entre semejantes. Tiene cinco características:

- Interdependencia positiva: las metas individuales se relacionan con las del grupo de tal forma que un individuo alcanza su objetivo si, y solo si, los otros alcanzan el suyo. Esto es, los miembros del grupo perciben que no pueden lograr el objetivo si los demás no logran el suyo. Los diferentes tipos con sus correspondientes ejemplos pueden verse en la *Tabla 3*.

Tipos	Ejemplos
De objetivo	Todos los miembros tienen que realizar unos determinados ejercicios y deber ser capaces de explicarlos.
De tarea	Cada miembro del grupo se encarga de hacer una tarea necesaria para el trabajo grupal.
De funciones	Intercambio de roles.
De materiales	Cada miembro del grupo dispone de una parte del material necesario para la realización de la tarea grupal; por tanto, debe compartir la información disponible con el resto.

Tabla 3: Tipos de aprendizaje cooperativo.

- Responsabilidad individual: cada miembro debe asumir una parte del trabajo con el objetivo de contribuir al éxito del grupo.
- Interacción cara a cara: se debe garantizar que se presten ayuda, intercambien recursos necesarios y se apoyen mutuamente.
- Habilidades sociales: los grupos cooperativos exigen de los estudiantes un determinado nivel de habilidades sociales para funcionar como equipo y completar la tarea.
- Reflexión grupal: permite que el grupo se concentre en mantener buenas relaciones, favorece el desarrollo de habilidades cooperativas y garantiza que los miembros del grupo reciban información sobre su participación y sus comportamientos con sus compañeros.

En este proyecto, el aprendizaje colaborativo tiene gran importancia, ya que, como se explica en el apartado 5. *Propuesta de intervención didáctica*, en la propuesta desarrollada para los diferentes grupos en los que se organiza la clase, si un miembro de un grupo no realiza un ejercicio propuesto (el cual tienen que realizar todos los alumnos de dicha clase), no sólo se verá afectado él, sino todo su grupo.

3. **Póster:** los estudiantes que participen en el proyecto de innovación de este TFM podrán desarrollar habilidades básicas de búsqueda de un concepto matemático necesarias para encontrar la información que les permita completar la tarea. En particular, deberán realizar un póster sobre la aplicación de la estadística en la vida cotidiana (desarrollada en 5. *Propuesta de intervención didáctica*). Para ello, primero determinarán si la información encontrada es relevante para el trabajo requerido. Luego, realizarán un proceso de análisis y síntesis en el que analizarán la información, revisarán sus fuentes y extraerán aquella información más relevante. Después, pasarán por un proceso de creación, ya que diseñan su póster, y finalmente presentarán su trabajo al resto.

En este proyecto, se propone la realización de un póster a los alumnos de 2º Bachillerato porque se trata de una forma autónoma de aprender nuevos conocimientos (en este caso, relacionados con las aplicaciones de la estadística) que requiere menos tiempo que otras estrategias de

enseñanza, lo cual es muy beneficioso para ellos, ya que en este curso el tiempo disponible en el aula se invierte casi exclusivamente en impartir los contenidos que necesitarán dominar para aprobar la prueba de acceso a la Universidad (llamada EBAU).

4. **Estudio de casos:** consiste en plantear un problema dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, como es el caso de la motivación de los alumnos en la clase de matemáticas. Para presentar este problema a los alumnos que participen en nuestra propuesta de intervención didáctica, se escogerá un medio como, por ejemplo, una película que lo muestre. Después de que los alumnos hayan tomado conciencia de éste, se propondrán una serie de preguntas relacionadas con el tema. Después, se desarrollarán actividades de seguimiento, como, en este caso, presentaciones por grupos con propuestas derivadas de las respuestas a las preguntas planteadas inicialmente, con el fin de incentivar a los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
5. **Gamificación:** en ocasiones, es posible contar con la ayuda de juegos que aporten valor al aprendizaje. De esta manera, los alumnos podrán adquirir conocimientos de una forma lúdica. Desde el punto de vista de las matemáticas, un juego bien elegido puede aportar muchas ventajas, como las siguientes:
  - Desarrollo del pensamiento matemático y mayor autonomía.
  - Aumento de la motivación y el interés por el tema matemático tratado.
  - Si el juego es grupal, puede ser una manera de aprender a trabajar en equipo.

Por ejemplo, se puede hacer un juego por grupos con preguntas sobre funciones con puntuaciones. Además, si se ofrece una recompensa al ganador, los alumnos mostrarán predisposición por responder acertadamente, lo que hará que aprendan o refuercen muchos contenidos matemáticos.

Como puede verse, hay muchas estrategias de enseñanza que pueden ser utilizadas en el aula. También las usaremos en nuestro proyecto de innovación docente.

## 4. ESTADO DE LA CUESTIÓN

Con el objetivo de conocer en qué situación se encuentra el tema tratado en este TFM en la actualidad, he tenido en cuenta mi experiencia en las prácticas del Máster de Profesorado y, además, he llevado a cabo una búsqueda sobre libros y proyectos que tratan sobre la didáctica de las matemáticas y buscan acercar a los alumnos a la vida cotidiana a través de su aprendizaje, como queda recogido en el apartado *4.1. Situación actual de las matemáticas en el aula*. Esto me ha permitido determinar si existen proyectos similares al que se va a desarrollar y, en caso afirmativo, aprovechar para el mío sus aciertos y evitar sus fracasos. Posteriormente, presento un análisis sobre esta situación.

### 4.1. Situación actual de las matemáticas en el aula

Para estudiar la situación actual de la didáctica de las matemáticas, es conveniente responder a preguntas como: “¿se enseñan bien las matemáticas?” o “¿estoy conforme con cómo aprendí matemáticas en el instituto?”. Para ello he utilizado mi experiencia y he llevado a cabo una búsqueda sobre este tema, las cuales se exponen a continuación.

#### 4.1.1. Experiencia en el aula

Cabe resaltar que no sólo tengo la experiencia de mis prácticas del Máster, sino que también cuento con la que tuve como alumna en el instituto. Cuando yo cursé la ESO, la ley educativa de entonces era la LOE (Ley Orgánica de Educación, 2006). Por el Real Decreto 1631/2006, del 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria de la LOE, en los tres primeros cursos de la ESO era obligatorio que se estudiara Matemáticas, y en 4º de ESO se podía escoger entre Matemáticas y Matemáticas B. Yo cursé Matemáticas en los cuatro años académicos. Recuerdo que en ningún momento los docentes intentaron incrementar nuestra motivación, sino que se limitaban a impartir los contenidos correspondientes, lo que favorecía que yo estuviese más preocupada por aprobar el examen que por asimilar la materia. Con el fin de aprender a resolver los ejercicios del examen, estudiaba el procedimiento con el que se hacían los propuestos en clase, sin intentar comprenderlos; simplemente, seguía la misma metodología para poder solucionarlos.

Cuando estaba en Bachillerato, cursé el Bachillerato de Ciencias y Tecnología. Matemáticas se impartía tanto en esta modalidad como en el Bachillerato de Humanidades y Ciencias Sociales, aunque en este caso se estudiaban Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales I (1º de Bachillerato) y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II (2º de Bachillerato), al igual que ocurre en la actualidad con la LOMCE. En la modalidad de Bachillerato que cursé yo, había Matemáticas I (1º Bachiller) y Matemáticas II (2º Bachillerato), como ahora en la LOMCE exceptuando los contenidos, ya que Estadística y Probabilidad no se estudiaban en Matemáticas II con la LOE. En Bachiller, los docentes ponían más énfasis en que todos comprendiéramos lo que estábamos haciendo, al menos en 1º de Bachillerato. Sin embargo, 2º de Bachillerato fue una carrera a contratiempo hacia la PAU (Prueba de Acceso a la Universidad) en la que lo único que importaba era abordar todos los puntos que nos podían preguntar en el examen.

En cuanto a mi experiencia en las prácticas del Máster de Profesorado, a pesar de que ahora la educación esté regida por otra ley como es la LOMCE, no encuentro ningún cambio con respecto a mi experiencia como alumna. Sigo creyendo que se sigue una metodología tradicional en la que el profesor explica los contenidos y se realizan ejercicios similares una y otra vez para que los alumnos se aprendan la mecánica. En lo que respecta a los contenidos impartidos en 2º de Bachillerato, siguen considerándose exclusivamente los de la prueba de acceso a la Universidad, que en este caso es la EBAU (Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad), por lo que se intenta que los alumnos sepan hacer siempre nada más que los mismos tipos de ejercicios.

#### *4.1.2. Búsqueda de libros y proyectos relacionados*

He encontrado muchos libros y proyectos sobre la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana. Entre los hallados, los más destacados son:

1. **El periodista matemático (2009)** [6]: el autor Fernando Blasco (Madrid, 1968), Doctor en Ciencias Matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid y profesor de Matemática Aplicada en la misma, vuelca sobre nuestro día a día, a través de anécdotas históricas, juegos numéricos y mucho humor, una mirada llena de números para descubrirnos la influencia de las matemáticas en la vida cotidiana.



**2. Las matemáticas en la vida cotidiana (1999) [7]:** este proyecto de Solomon Garfunkel (Brooklyn, 1943), matemático estadounidense el cual ha dedicado su carrera a la educación matemática, alcanza ya la tercera edición desde su publicación en 1999 y tiene como objetivo demostrar a los alumnos la naturaleza de las matemáticas y su miríada de aplicaciones a nuestra vida cotidiana. Tiene cinco partes:

- Las ciencias de la Administración.
- La estadística: la ciencia de los datos.
- La codificación de la información.
- La elección social y la toma de decisiones.
- Acerca de la forma y del tamaño

En cada una de estas partes colaboran otros autores, y al final de sus capítulos hay proyectos que alientan a los alumnos a explorar los conceptos matemáticos de un modo no tradicional. Se les anima a ampliar las técnicas e ideas introducidas en los capítulos del texto a la discusión de asuntos sociales y políticos de interés actual, a polémicas y a otras situaciones de la vida real.

**3. De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas (2002) [8]:** Joan Gómez Urgelles (Barcelona, 1959), profesor de la Universidad Politécnica de Cataluña, defiende que “hacer matemáticas es una forma de pensar y observar el mundo” y este pensamiento se refleja en su libro, el cual está estructurado en dos bloques: marco teórico y marco práctico. A lo largo del libro, Gómez Urgelles nos propone un viaje por el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a partir de los problemas de la vida cotidiana.

En otro orden de cosas, he encontrado recursos didácticos para incentivar al alumnado en la asignatura de Matemáticas. Algunos de estos recursos pueden encontrarse en el *Anexo II*.

## 4.2. Análisis de la situación actual

De los proyectos y libros encontrados, “El periodista matemático” de Fernando Blasco [6] es de gran utilidad para poder contar alguna curiosidad a los alumnos, ya que tiene nueve capítulos, cada uno de los cuales consta de diversas aplicaciones del tema a la vida cotidiana. Por ejemplo, un capítulo versa sobre educación, y en él habla de la aparición del cero y la matemática india en el siglo XXI, entre otras cosas. Es decir, es un libro que puede aportar muchos datos interesantes, los cuales se pueden contar a los alumnos para aumentar su interés. En cuanto al libro “De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas” de Joan Gómez [8], considero que su aplicación en el aula es más complicada, ya que está dividido en cuatro capítulos, pero sólo son prácticos el segundo y el tercero (el primero y el cuarto son meramente teóricos). El segundo capítulo contiene distintos aspectos matemáticos de la sociedad, como por ejemplo engaños pseudocientíficos de Hollywood y diferentes unidades de medida con tablas de equivalencias. El tercero trata exclusivamente del número de oro. Creo, por tanto, que este capítulo podría utilizarse para incrementar la atención de los alumnos en la explicación del número áureo, o una vez que ya conozcan su existencia. Pero en mi opinión, los alumnos considerarían largos los capítulos teóricos.

De los tres libros presentados, el que tiene más éxito en el mercado actual es “Las matemáticas en la vida cotidiana” de Solomon Garfunkel [7], debido a que su implementación en el aula es mucho más favorable. Esto es porque aborda una gran variedad de temas matemáticos con aplicación a la vida real. Al estar estructurado por capítulos de distinta índole, permite impartir los contenidos tratados en cualquiera de ellos sin necesidad de trabajar con los demás. Por ejemplo, el primer capítulo trata de redes viarias y estudia los circuitos de Euler, cómo encontrarlos, la demostración del teorema y circuitos más complejos por si el tema ha despertado la curiosidad en los alumnos. No sólo eso, sino que además ofrece lecturas sugeridas que son de gran ayuda a la hora de planificar una clase de este estilo, así como vocabulario utilizado en el capítulo, ejercicios para repasar lo estudiado y proyectos que se pueden llevar a cabo relacionados con lo trabajado en dicha unidad. Es decir, en la actualidad es perfectamente válido para impartir conocimientos en el aula. Sin embargo, a pesar de su enorme

éxito, no se frecuenta para propuestas de esta envergadura. El motivo es el tiempo. En todos los cursos, tanto de la ESO como de Bachillerato, es necesario impartir unos contenidos curriculares mínimos. Las propuestas que apostaban por impartir capítulos de libros como este han fracasado debido a que el simple hecho de hacerlo supone no cumplir con las expectativas curriculares del curso. Es por ello que, en este proyecto, desarrollo distintas propuestas que no pecan de lo mismo (explicadas en el apartado 5. *Propuesta de intervención didáctica*). Para conseguirlo, sólo imparto un capítulo del libro cuando sé que se va a tener tiempo, es decir, en los días en que los alumnos ya saben si han aprobado todo o tienen que presentarse a alguna convocatoria extraordinaria (ver 3.3.3. *Calendario escolar*). Además, en el resto de las propuestas, he optado tanto por optimizar el tiempo que se dedicará semanalmente a los respectivos proyectos (en la propuesta desarrollada en 5.1. *Cálculo de porcentajes e incremento porcentual, operaciones aritméticas y promedios* se planifican los minutos por semana) como por trabajar un tema que se deba impartir de acuerdo a lo establecido en el currículo, como es, en este caso, la Estadística (en la propuesta 5.2. *Estadística*).

Toda vez he analizado cómo se suele impartir la asignatura de Matemáticas en el aula hoy en día, enunció una serie de aspectos positivos y negativos acerca de la Didáctica de las Matemáticas en la actualidad, expuesta en la *Tabla 4*.

Aspectos positivos	Aspectos negativos
<ul style="list-style-type: none"> <li>• El uso de las TIC se ha incrementado notablemente en los últimos años.</li> <li>• El mercado de las herramientas informáticas relacionadas con las matemáticas cada vez es más grande.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se sigue utilizando una metodología tradicional en la que los alumnos aprenden a realizar tipos de ejercicios de forma mecánica y no saben para qué se utiliza lo que hacen en la vida cotidiana.</li> <li>• En el curso de 2º de Bachillerato sólo se dispone de tiempo para estudiar el temario necesario para la prueba de acceso a la Universidad.</li> <li>• No se incrementa la motivación y el interés de los alumnos.</li> </ul>

Tabla 4: Aspectos positivos y negativos de la Didáctica de las Matemáticas actual.

De la *Tabla 4* se puede deducir que, para la enseñanza actual de las matemáticas, debemos cambiar la forma de enseñarlas, explicando para qué se utilizan en la vida cotidiana los contenidos que se imparten en el aula, tal y como se propone en este proyecto. Además, se debe incentivar a los alumnos para que acentúen su interés.

Por otra parte, deberíamos hacer un mayor uso de las TIC, debido a que están teniendo un impacto positivo en la educación. Este impacto es tan favorable debido a que, en el mundo actual, las TIC son utilizadas por la mayoría de los ciudadanos en el día a día y, por tanto, es algo con lo que se sienten familiarizados. Además, dan la posibilidad de acceso a una mayor cantidad de información. Es por estos motivos que se utilizarán en este proyecto. En concreto, se usarán Word y Excel como herramientas para diseñar gráficos. La razón por la que he decidido la inclusión de estos recursos en mi proyecto es que considero que son un instrumento motivador y fomentan la atención de los alumnos. Utilizándolos, aprenden cómo pueden crear gráficos de manera sencilla e incrementan su interés por seguir utilizando más herramientas tecnológicas relacionadas con las matemáticas.

## 5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA

La propuesta de intervención didáctica presentada en este TFM se desarrolla en tres ámbitos:

1. Cálculo de porcentajes e incremento porcentual.
2. Operaciones aritméticas y promedios.
3. Estadística.

Los dos primeros apartados están dirigidos a alumnos que cursan la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO, y la Estadística, a estudiantes de 2º de Bachillerato que cursan Matemáticas II o Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. Además, también se realiza una propuesta para las mismas matemáticas de los alumnos de 3º de ESO que hayan aprobado todas las asignaturas tras la última convocatoria ordinaria, ya que durante este período no van a tener la obligación de ir a clase (ver apartado 3.3.3. *Calendario escolar*). Los tres ámbitos citados y esta última propuesta se desarrollan a continuación. Dado que los dos primeros ámbitos están destinados al mismo curso y asignatura, se describen juntos.

### 5.1. Cálculo de porcentajes e incremento porcentual, operaciones aritméticas y promedios

Los ámbitos de cálculo de porcentajes e incremento porcentual y de operaciones aritméticas y promedios se proponen impartir durante el curso escolar en la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO. Como se ha visto en el marco teórico de este TFM (apartado 3. *Marco teórico*), apartado 3.3.1. *Matemáticas en 3º de ESO* (dentro del punto 3.3. *Contexto educativo*), hay cinco bloques. En concreto, los ámbitos que se exponen aquí pertenecen al Bloque II, que versa sobre números y álgebra. En este caso, los temas tratados se sitúan en el temario de números. Sobre la aritmética, se hace un repaso en los primeros temas, pero lo que respecta al cálculo de porcentajes e incremento porcentual no se refuerza debido a que ya se imparte en cursos anteriores. Sin embargo, yo lo considero de gran

importancia, por lo que creo que se debería repasar con sus aplicaciones a la vida cotidiana. Todo lo relacionado con esta propuesta se describe en los siguientes apartados.

#### *5.1.1. Objetivos de la intervención*

Los objetivos que se desean alcanzar a través de esta intervención son, de entre todos los citados en el apartado 2.1. *Objetivos de las propuestas didácticas*, los comprendidos entre el 1 y el 10, ambos inclusive.

#### *5.1.2. Descripción de su aplicación*

Se propone desarrollar este proyecto durante el curso escolar. Observando como modelo el calendario explicado en el apartado 3.3.3. *Calendario escolar* (dentro del apartado 3.3. *Contexto educativo* del punto 3. *Marco teórico*) que corresponde con el curso académico 2017-2018, hay en torno a 30 semanas enteras lectivas, sin tener en cuenta las fiestas de San Mateo de Logroño, el puente de diciembre, Navidad y Semana Santa. La propuesta está pensada para llevarla a cabo por equipos. Por este motivo, se organizará la clase en cuatro grupos, cada uno de los cuales llevará por nombre el de un gran matemático de la historia. En concreto, se llamarán Gauss, Germain, Hipatia y Pitágoras. Los grupos citados intervendrán en un concurso que se desarrollará cada semana en el último día que haya clase de Matemáticas, dedicando 20 de sus 50 minutos de duración (por necesidades operativas, alguna semana podría ampliarse el tiempo dedicado a este concurso).

El tiempo invertido en el desarrollo del concurso se empleará realizando las siguientes actividades:

- El primer día del período designado se destinará exclusivamente a la explicación exhaustiva del fundamento del concurso, formando los grupos necesarios. Debido a la complejidad del concurso y para asegurarnos de la total comprensión del mismo por parte de los alumnos, este primer día se dedicarán los 50 minutos de clase a tal efecto.
- A partir de la segunda clase y de forma alterna (una de cada dos semanas), se explicarán a los alumnos los diferentes contenidos identificados en la *Tabla 7.1*, *Tabla 7.2*, *Tabla 7.3*, *Tabla 7.4* y *Tabla 7.5*.

Una vez finalizada la explicación, se propondrá a los alumnos la realización de una actividad (de entre las que se encuentran en el apartado 5.1.3. *Actividades*) relacionada con lo explicado. Todos los miembros de cada grupo deberán realizar la actividad de forma individual y presentarla la semana siguiente. Es decir, si se propone una actividad la segunda semana, deberán presentar la actividad propuesta en la tercera semana.

- Independientemente de la actividad propuesta en el punto anterior, cada alumno deberá aportar datos reales relacionados con el IVA (facturas de electricidad, restaurantes, comercio...) cada semana.
- Semanalmente, cada grupo deberá idear una actividad relacionada con lo visto en clase, con datos reales.
- Algunas semanas, tras corregir la actividad propuesta de la semana anterior, los grupos trabajarán en la elaboración de un juego, al cual jugarán las semanas finales del concurso. Para la realización de este juego se necesitará cartulina, tijeras y pegamento. Se tendrán que construir rectángulos pequeños y de tamaño similar con las cartulinas, a los cuales denotaremos indistintamente por fichas o tarjetas. Por una cara de la cartulina se pegará un rectángulo más pequeño de folio, que podrá contener un gráfico engañoso, un gráfico bien hecho, una pregunta (*Ejemplo: "¿es mejor comprar a plazos o al contado?"*) o una actividad.
- Se reservarán las cuatro últimas semanas, utilizando excepcionalmente 30 de los 50 minutos de clase en cada una, para jugar por equipos al juego desarrollado durante el concurso. Para jugar, se colocarán todas las fichas o tarjetas boca abajo (es decir, con la cara que no contiene el folio visible), se mezclarán y, en el turno de cada jugador o equipo de jugadores, se elegirá una. Se deberá levantar la escogida y:
  - En el caso de que sea un gráfico, tendrán dos minutos para decir si es engañoso o desleal o no y justificar su respuesta.
  - En el caso de que sea una pregunta, tendrán dos minutos para contestarla justificadamente.
  - En el caso de que sea una actividad, contarán con cinco minutos para su realización, explicando cómo la han hecho y por qué.

El juego tendrá una puntuación, y ganará el jugador (o equipo de jugadores) que mayor puntuación consiga. Las puntuaciones se asignarán de acuerdo a la *Tabla 5*. Si un jugador (o equipo de jugadores) falla, habrá opción de rebote para el siguiente jugador (o equipo de jugadores). En caso de rebote, la ficha contará dos puntos más que las puntuaciones mostradas en la *Tabla 5*. Si un jugador (o equipo de jugadores) acierta una ficha, seguirá jugando; en caso contrario, perderá el turno.

Acción	Puntuación por jugador
Acertar si un gráfico es engañoso o no	+ 2 puntos
Acertar una pregunta	+ 3 puntos
Realizar bien una actividad y explicarla	+ 5 puntos

Tabla 5: Puntuaciones del juego descrito.

- El tiempo reservado para una de las treinta semanas irá destinado a la realización de una actividad exterior al centro con la propuesta de sacar fotos a cartas de restaurantes en las que se vea si incluyen IVA o no.
- Durante todo el tiempo dedicado al concurso, cualquier alumno podrá presentar, voluntariamente, una aplicación de las matemáticas a la vida cotidiana al resto de sus compañeros.

En el concurso, los grupos participarán con un sistema de puntos. Se designará como ganador del concurso el equipo que tenga mayor puntuación de acuerdo a la *Tabla 6*. Cada miembro de este equipo obtendrá como recompensa un incremento de 0'5 puntos en la nota final y el libro "Las matemáticas en la vida cotidiana" presentado en el punto 4.1.2. *Búsqueda de libros y proyectos relacionados*.



Acción	Puntuación por equipo
Realizar actividad todos los miembros del equipo / al menos haya un miembro que no la haga	+10 puntos / -5 puntos
Crear / No crear nueva actividad por equipo	+ 15 puntos / -10 puntos
Informar al menos una persona del grupo al resto de los compañeros sobre alguna situación de la vida cotidiana en la que se utiliza la aritmética y el cálculo de porcentajes e incremento porcentual (si cuentan dos situaciones distintas se sumará dos veces)	+ 5 puntos
Ganar en el juego que se va a desarrollar	+ 10 puntos
Obtener la posición de subcampeón en el juego	+ 5 puntos
Desempeñar/no desempeñar bien el trabajo en equipo en el aula	+ 5 puntos/-5 puntos

Tabla 6: Puntuaciones del concurso descrito en la intervención educativa.

La descripción y el tiempo invertido cada semana para el proyecto vienen detallados en la *Tabla 7.1*, *Tabla 7.2*, *Tabla 7.3*, *Tabla 7.4* y *Tabla 7.5*. Las actividades que se mencionan en dichas tablas hacen referencia a las desarrolladas en el punto 5.1.3. *Actividades*.

Semana	Descripción	Tiempo
1	Se llevará a cabo un repaso de la aritmética, así como cálculo de porcentajes e incremento porcentual. Se presentará a los alumnos una bolsa opaca con tantas fichas dentro como alumnos haya en clase. En un cuarto de las fichas estará escrito Gauss; en otro cuarto, Germain; en otro cuarto, Hipatia; y en el cuarto restante, Pitágoras. Cada alumno sacará una ficha, la cual se quedará, y pasará a pertenecer al equipo que lleva por nombre el de la ficha. De este modo, la clase quedará dividida en cuatro equipos: el equipo Gauss, el equipo Germain, el equipo Hipatia y el equipo Pitágoras. Se informará a los alumnos de que habrá un concurso durante todo el curso y que al final sólo ganará un equipo detallándoles cuáles serán las recompensas. Se explicará en qué consistirá el concurso y cómo se llevará a cabo, así como sus puntuaciones.	50 minutos

Tabla 7.1: Distribución del proyecto en semanas. Parte 1.

Semana	Descripción	Tiempo
2	Se explicará las diferencias entre comprar al contado y a plazos y la importancia de detectar publicidad engañosa. Se propondrá la <i>Actividad 1</i> para la semana siguiente. Se preguntará si han buscado información acerca de los matemáticos con cuyos nombres se han bautizado los grupos (dos hombres y dos mujeres). En caso de que no, se propondrá para la semana siguiente. Se recordará que también tienen que crear una actividad por grupo y traer información sobre el IVA cada miembro del grupo.	20 minutos
3	Se corregirá la <i>Actividad 1</i> , proponiendo a un alumno del grupo Gauss que salga a la pizarra. Se debatirá sobre la vida de los matemáticos que corresponden a los nombres de los grupos. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se explicará la creación de gráficos con Word y Excel, necesaria para la construcción de las tarjetas (o fichas) del juego que tendrán que elaborar. Se propondrá a cada grupo que trabaje ideando actividades con la información acerca del IVA que hayan ido recopilando. Además, se les propondrá la búsqueda de información desleal mediante medios tecnológicos, recolectando gráficos engañosos.	20 minutos
4	Se explicará cómo estimar el coste de un viaje teniendo en cuenta el precio medio de la gasolina y basándose en la rentabilidad, haciendo un repaso de los números fraccionarios y decimales. Se recogerán las actividades creadas por grupo. Se propondrá la <i>Actividad 2</i> para la semana siguiente.	20 minutos
5	Se corregirá la <i>Actividad 2</i> , proponiendo a un alumno del grupo Hipatia que salga a la pizarra. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Los grupos comenzarán a construir las tarjetas para el juego, utilizando para ello las propias actividades que hayan creado junto con las actividades con gráficos.	20 minutos
6	Se repasará cómo calcular el gasto medio de carburante de un vehículo y se les dejará planteada la pregunta de si el gasto en ciudades, por lo general, bastante más alto que por carretera (lo sabrán cuando realicen la <i>Actividad 3</i> ). Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se propondrá la <i>Actividad 3</i> para la semana siguiente.	20 minutos

Tabla 7.2: Distribución del proyecto en semanas. Parte 2.

Semana	Descripción	Tiempo
7	Se corregirá la <i>Actividad 3</i> , proponiendo a un alumno del grupo Germain que salga a la pizarra. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se acudirá a la sala de informática para que los alumnos puedan realizar los gráficos por grupo de las actividades con bocetos que hayan creado.	20 minutos
8	Se explicará la forma de leer y entender información de diversa índole que se muestra en forma de tabla; en concreto, en lo que se refiere a la relación entre interés, calidad y precio en el alquiler de vehículos, de forma que sepan elegir la opción que más les conviene como consumidores. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se propondrá la <i>Actividad 4</i> para la semana siguiente.	20 minutos
9	Se corregirá la <i>Actividad 4</i> , proponiendo a un alumno del grupo Pitágoras que salga a la pizarra. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se continuará con la creación del juego por grupos.	20 minutos
10	Se explicará que unos mismos datos se pueden presentar de distintas maneras, de forma que parezca que ocurren cosas muy distintas a la vez. En concreto, este fenómeno se aplicará, a modo de ejemplo, al sueldo que se gana en una empresa, siendo extrapolable a los convenios salariales de todas las empresas. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se propondrá la <i>Actividad 5</i> para la semana siguiente.	20 minutos
11	Se corregirá la <i>Actividad 5</i> , proponiendo a un alumno del grupo Gauss que salga a la pizarra. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se acudirá a la sala de informática para que los alumnos puedan realizar gráficos reales o busquen gráficos engañosos.	20 minutos
12	Se explicará la diferencia entre porcentaje y porcentaje acumulado, y lo que este hecho representa en la interpretación correcta de un gráfico. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se propondrá la <i>Actividad 6</i> para la semana siguiente.	20 minutos
13	Se corregirá la <i>Actividad 6</i> , proponiendo a un alumno del grupo Hipatia que salga a la pizarra. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se continuará con la creación del juego por grupos.	20 minutos
14	Se explicará a los alumnos en qué consiste el IPC (Índice de Precios de Consumo). Se pondrán ejemplos. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se propondrá la <i>Actividad 7</i> para la semana siguiente.	20 minutos

Tabla 7.3: Distribución del proyecto en semanas. Parte 3.

Semana	Descripción	Tiempo
15	Se corregirá la <i>Actividad 7</i> , proponiendo a un alumno del grupo Germain que salga a la pizarra. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se llevará a cabo la realización de actividades con datos reales sobre el IVA recabados por los miembros de los grupos.	20 minutos
16	Se recordará a los alumnos cómo se extrae información de tablas con un ejemplo. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se propondrá la <i>Actividad 8</i> para la semana siguiente.	20 minutos
17	Se corregirá la <i>Actividad 8</i> , proponiendo a un alumno del grupo Pitágoras que salga a la pizarra. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se continuará con la creación del juego por grupos.	20 minutos
18	Se recordará a los alumnos que siempre deben leer la letra pequeña de un contrato o antes de comprar algo, y que deben prestar atención a cómo el IVA afecta en el precio final. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se propondrá la <i>Actividad 9</i> para la semana siguiente.	20 minutos
19	Se corregirá la <i>Actividad 9</i> , proponiendo a un alumno del grupo Gauss que salga a la pizarra. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se acudirá a la sala de informática para que los alumnos puedan realizar gráficos por grupo.	20 minutos
20	Se explicará que deben ser capaces de detectar errores matemáticos tanto en la prensa como en el telediario. Se acompañará la explicación con ejemplos de periódicos. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se propondrá la <i>Actividad 10</i> para la semana siguiente.	20 minutos
21	Se corregirá la <i>Actividad 10</i> , proponiendo a un alumno del grupo Germain que salga a la pizarra. Se recogerán las actividades creadas por los grupos. Se continuará con la creación del juego por grupos.	20 minutos
22	El periodo lectivo se reservará para que los alumnos puedan realizar la actividad exterior al centro (es decir, la propuesta de sacar fotos a cartas de restaurantes en las que se vea si incluyen IVA o no).	60 minutos
23	Con las fotos capturadas de la semana anterior, se realizarán ejercicios que se puedan incluir en el juego.	20 minutos
24	Se continuará con la creación del juego por grupos. Si todos lo desean, se podrá hacer uso de la sala de informática para realizar más gráficos. Es decir, acudirán todos o ninguno.	20 minutos

Tabla 7.4: Distribución del proyecto en semanas. Parte 4.

Semana	Descripción	Tiempo
25	Se continuará con la creación del juego por grupos. Si todos lo desean, se podrá hacer uso de la sala de informática para realizar más gráficos. Es decir, acudirán todos o ninguno.	20 minutos
26	Se continuará con la creación del juego por grupos. Si todos lo desean, se podrá hacer uso de la sala de informática para realizar más gráficos. Es decir, acudirán todos o ninguno.	20 minutos
27	Se dividirá a la clase en dos grupos: uno formado por el grupo Gauss y el grupo Hipatia, y el otro formado por los dos grupos restantes. Se repartirá al primer grupo grande (Gauss e Hipatia) las fichas creadas por el segundo grupo grande (Germain y Pitágoras), y viceversa. Se jugará al juego separados por grupos. Es decir, el grupo Gauss competirá contra el grupo Hipatia con las fichas creadas por los grupos restantes, y el grupo Germain jugará contra el grupo Pitágoras con las fichas creadas por los primeros. Cada vez que un equipo saque una ficha o tarjeta, ésta se retirará del juego.	30 minutos
28	Se seguirá jugando de la misma manera y con la misma distribución.	30 minutos
29	Se seguirá jugando de la misma manera y con la misma distribución. Se proclamarán los ganadores de las dos competiciones. Es decir, habrá dos grupos finalistas.	30 minutos
30	El último día competirán los dos grupos ganadores entre ellos, de los que saldrá el vencedor. En este caso se jugará con fichas creadas por el docente.	30 minutos

Tabla 7.5: Distribución del proyecto en semanas. Parte 5.

Es conveniente escribir en la pizarra, justo antes del tiempo que se dedique al concurso cada semana, las puntuaciones de los equipos. Esto conseguirá incrementar su motivación, lo cual, como se ha visto en el punto 3.4.3. *Motivación* (dentro del apartado 3.4. *Didáctica de las Matemáticas* de 3. *Marco teórico*), es muy importante porque es lo que les puede impulsar a aprender algo. Para evitar que un grupo se desmotive cuando tenga una puntuación muy baja en comparación con el resto, en lugar de poner las puntuaciones explícitamente, se expondrán tres rangos (por ejemplo, de 0 a 100, de 100 a 300 y más de 300), los cuales irá cambiando el docente dependiendo de las puntuaciones de los equipos (si vemos que hay una gran diferencia de puntuaciones, se harán rangos más grandes). De esta manera, los alumnos no sabrán las puntuaciones exactas,

sino en qué rango está tanto su equipo como los restantes. Así, evitaremos el abandono del concurso por parte de los grupos y sólo aumentaremos su interés por seguir incrementando su puntuación. También, en cada clase, se les dejará a los alumnos tiempo para que puedan hacer sus aportaciones acerca del tema en caso de que así lo deseen.

En cuanto a las teorías del aprendizaje (vistas en el apartado 3.2. *Teorías del aprendizaje de 3. Marco teórico*), se utilizan las dos explicadas. Por una parte, se les refuerza o se les castiga a los alumnos con el concurso, ya que se sigue una economía de fichas (este concepto se explica en el *Anexo III*) que permite que sus conductas mejoren y que muestren más interés por el temario tratado (3.2.1. *Condicionamiento instrumental u operante de Skinner*). Por otra parte, al observar cómo se le resta puntos a un grupo entero (por ejemplo, en este caso, debido a que un compañero no ha resuelto la actividad propuesta), aprenderán de ese comportamiento para que no les ocurra lo mismo en un futuro (3.2.2. *Aprendizaje por modelado o vicario de Bandura*).

En cuanto a las estrategias de enseñanza explicadas en el apartado 3.4.4. *Las Matemáticas en el aula* (dentro del apartado 3.4. *Didáctica de las Matemáticas de 3. Marco teórico*), se utilizan las siguientes:

- Aprendizaje por proyectos: en este caso, de manera individual pueden buscar información acerca de los contenidos relacionados con la vida cotidiana y tienen que mostrar en clase información real acerca del IVA.
- Aprendizaje colaborativo: dividiendo por grupos la clase, y con la restricción de que, si un miembro del equipo no realiza algo que debía, se le resta puntuación a todo el resto, se afianza la colaboración entre compañeros, teniendo que trabajar unidos para obtener los mejores resultados.
- Gamificación: al hacer el concurso e introducir el juego, se consigue que los alumnos aprendan de forma lúdica.

### 5.1.3. Actividades

Las actividades a las que se hace referencia en la *Tabla 7.1*, *Tabla 7.2*, *Tabla 7.3*, *Tabla 7.4* y *Tabla 7.5* son las siguientes:

### ACTIVIDAD 1

Una tienda vende un microondas por 529 euros más el 21% de IVA si pagas al contado. Si lo deseas, puedes comprar el microondas a plazos pagando ahora 170 euros y 105 euros al mes durante 6 meses (IVA incluido). ¿Cuál es la diferencia de precio entre comprarla normal o a plazos?

### ACTIVIDAD 2

La distancia entre Logroño y Córdoba es 718,3 km. En promedio, el coste de la gasolina es de 1'301 euros por litro. Cuatro miembros de una familia van a Córdoba desde Logroño en un vehículo que consume 10.9 litros por cada 100 km. ¿Cuánto dinero en gasolina se gastarán para ir de Logroño a Córdoba?

### ACTIVIDAD 3

Tus tíos quieren calcular el consumo de gasolina de su coche nuevo por la autopista, así que cuando el depósito de 60 litros está casi vacío y el cuentakilómetros marca 300 km, llenan el depósito. Cuando el depósito está otra vez casi vacío, el cuentakilómetros marca 920 km. Si saben que la gasolina cuesta 1.29 euros por litro, ¿cuánto dinero se gastarían en gasolina para ir de Logroño a Bilbao si hay 136,1 km por autopista?

### ACTIVIDAD 4

Una familia de cuatro miembros quiere alquilar un coche para ir de Logroño a San Sebastián en el día (distancia de Logroño a San Sebastián: 166.5 km). En concreto, quieren alquilar una ranchera, y los precios de los alquileres se muestran en la *Tabla 8*. Si quieren escoger lo más barato, ¿qué plan deberían elegir: el de coste diario más kilometraje o el de sin límite de km diarios? Justifica tu respuesta.

Modelo	Coste diario (euros)	Más euros por km	Sin límite km al día
Medio	49	0,27	80
Ranchera	52	0,3	87
Monovolumen	70	0,35	93

Tabla 8: Precios alquileres de la Actividad 4.

### ACTIVIDAD 5

Hace tres años, una empresa muy pequeña pagó a cada uno de sus 6 trabajadores 19.000 euros; a cada uno de sus 3 encargados, 40.000 euros; y al propietario, 285.000 euros. Calcula cuántos empleados ganan menos que el salario medio. Justifica tu respuesta.

### ACTIVIDAD 6

Se puede observar el número de cigarros diarios consumidos por una muestra de 200 estudiantes en la *Figura 6*. Un estudio clasifica a los estudiantes como fumadores "escasos", "moderados", "fuertes" y "problemáticos" dependiendo de los cigarros diarios que consumen. Se clasifican como fumadores fuertes a los que fuman entre 7 y 9 cigarros al día. ¿Cuántos fumadores problemáticos hay en esta muestra de estudiantes?

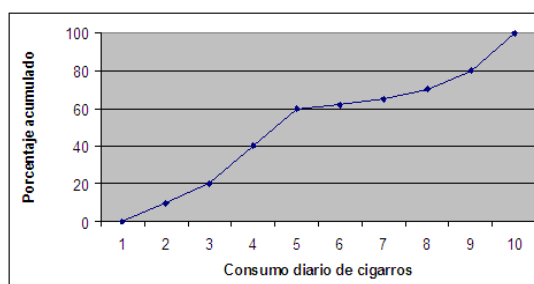


Figura 6: nº de cigarros diarios consumidos por 200 estudiantes.

### ACTIVIDAD 7

El Índice de Precios de Consumo (IPC) mide la variación en el coste de la cesta de la compra con respecto a un año base concreto. El coste de un abrigo en el año 2002 era 490 euros. La variación del IPC es del 48.7%. Calcula el coste actual del abrigo.

### ACTIVIDAD 8

Mario alquiló un coche en abril de 2015 y le costó 172 euros. De acuerdo a los precios expuestos en la *Tabla 9*, calcula el dinero que pagaría Mario por lo mismo en junio de 2018. Recuerda que:

$$\text{Valor actual} = \text{Valor inicial} \times (\text{IPC mes final}) / (\text{IPC mes inicial})$$



IPC	Abril	Mayo	Junio
2015	97,2	97,8	98,76
2016	100,5	100,97	101,64
2017	102,87	103,81	104,07
2018	103,03	104,15	104,95

Tabla 9: IPC del coste de alquileres de coches de la Actividad 8.

## ACTIVIDAD 9

Hay muchos costes ocultos si quieres tener un teléfono y acceso a Internet. En el anuncio de la *Figura 7* aparece información sobre un plan que puedes conseguir. Leyendo la letra pequeña del anuncio, lo que debes pagar al mes realmente es 41.76 euros de cuota mensual de acceso (IVA incluido) y 14.98 euros de cuota de línea mensual (7% de IVA no incluido). ¿Cuánto dinero tienes que pagar realmente al mes?



Figura 7: Anuncio de la Actividad 9.

## ACTIVIDAD 10

Critica matemáticamente lo que aparece escrito en la noticia de la *Figura 8*. ¿Crees que ha aumentado más de un 300% el precio, como dice el lector?

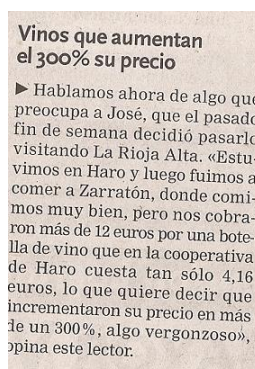


Figura 8: Texto de la Actividad 10.

La relación de las actividades descritas con los objetivos expuestos en el apartado 5.1.1. *Objetivos de la intervención* y con los contenidos (para poder ver dónde se utilizan los dos ámbitos o cuándo se utiliza sólo uno) sobre los que versan puede apreciarse en la *Tabla 10*.

Actividad	Objetivo	Contenido
1	1,2,3	Cálculo de porcentajes. Incremento porcentual. Números índices. Números fraccionarios y decimales.
2	4,5	Operaciones aritméticas. Promedios. Números fraccionarios y decimales.
3	5,6	Operaciones aritméticas. Promedios. Números fraccionarios y decimales.
4	7	Operaciones aritméticas. Promedios. Números fraccionarios y decimales.
5	3,12	Operaciones aritméticas. Números fraccionarios y decimales.
6	7,8	Porcentajes. Gráficos
7	9	Operaciones aritméticas. Incremento y descenso porcentual. Números índices. Números fraccionarios y decimales.
8	7,9	Operaciones aritméticas. Incremento y descenso porcentual. Números índices. Números fraccionarios y decimales
9	2,3	Operaciones aritméticas. Incremento y descenso porcentual. Números fraccionarios y decimales.
10	3,10	Operaciones aritméticas. Incremento y descenso porcentual. Números índices. Números fraccionarios y decimales.

Tabla 10: Relación entre actividades, objetivos y contenidos.

#### 5.1.4. *Materiales y recursos*

Los materiales y recursos utilizados durante las sesiones planificadas son los siguientes:

- Recursos humanos: los alumnos y el profesor.
- Recursos del entorno: aula grande, aula de informática, calles y restaurantes de Logroño.
- Recursos físicos: pizarra, bolsa con fichas con nombres de matemáticos, cartulina, pegamento, tijeras, periódicos, fotografías de cartas de restaurantes.
- Recursos audiovisuales: proyector, ordenador del aula, ordenadores de la sala de informática con Excel y Word.

### 5.1.5. Criterios de evaluación

En este caso, para evaluar a los alumnos se utiliza el concurso. Sólo a los miembros del equipo ganador se les incrementará la calificación final de la asignatura de Matemáticas en 0,5 puntos.

Los criterios de evaluación a seguir son las puntuaciones explicadas en la *Tabla 6* del apartado 5.1.2. *Descripción de su aplicación*. Estas puntuaciones nos permitirán conocer el grado de interés generado en los alumnos a raíz del concurso y hasta qué punto valoran la importancia de las matemáticas en su día a día.

Además, se tendrá muy en cuenta la cantidad de tiempo que los alumnos han dedicado al concurso. Es decir, si llevan a clase recortes de periódico o aportan algún hecho desconocido para sus compañeros del tema tratado y su aplicación en la vida cotidiana, mostrarán que realmente están motivados por esta propuesta, y esto se verá reflejado en las puntuaciones del concurso, tal y como muestra el apartado “Informar al menos una persona del grupo al resto de los compañeros sobre alguna situación de la vida cotidiana en la que se utiliza la aritmética y el cálculo de porcentajes e incremento porcentual” dentro de la *Tabla 6*.

## 5.2. Estadística

Se propone impartir el ámbito de Estadística durante el curso escolar en la asignatura de Matemáticas II y en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II de 2º de Bachillerato. Puede observarse en el apartado 3.3.2. *Matemáticas en 2º de Bachillerato* (dentro del punto 3.3. *Contexto educativo de 3. Marco teórico*) que en el Bachillerato de Ciencias hay cinco

bloques de contenidos, mientras que en el Bachillerato de Ciencias Sociales hay cuatro. El ámbito expuesto aquí pertenece al bloque de Estadística y Probabilidad (Bloque V para Ciencias y Bloque IV para Ciencias Sociales). En concreto, se trabajará con Estadística.

### 5.2.1. *Objetivos de la intervención*

A través de esta propuesta, se desean alcanzar los objetivos del 11 al 15, ambos inclusive, de entre todos los citados en el apartado 2.1. *Objetivos de las propuestas didácticas.*

### 5.2.2. *Descripción de su aplicación*

A diferencia de 3º de ESO, en 2º de Bachillerato no podemos invertir parte del tiempo en contenidos diferentes a los curriculares. Esto es debido a que, como se comentó en el punto 4.1.1. *Experiencia en el aula*, no hay tiempo por el examen de acceso a la Universidad (EBAU). Por lo tanto, lo que se expone para este nivel académico es una serie de actividades para que los alumnos conozcan la importancia de la estadística en la vida cotidiana. Estas actividades se harán mientras se imparta el temario de Estadística en clase. Algunas de ellas pueden proponerse para casa para que un alumno las resuelva en la pizarra. Las actividades propuestas se exponen a continuación:

#### **ACTIVIDAD 1**

Para saber si tenemos alguna enfermedad respecto a la altura, necesitamos saber nuestro peso. Con ambos, se puede calcular el índice de masa corporal y según la *Tabla 11* sabremos en qué condiciones estamos.

INDICE DE MASA CORPORAL	CLASIFICACIÓN	RIESGOS RELACIONADOS
Menos de 18.5	Déficit de masa corporal	Bajo (con riesgo de otras enfermedades)
18.5 – 24.9	Masa corporal normal	Normal
25.0 – 29.9	Sobrepeso	Elevado
30.0 – 34.9	Obesidad leve	Alto
35.0 – 39.9	Obesidad media	Muy alto
Mas de 40.0	Obesidad mórbida	Inminente

Tabla 11: IMC Actividad 1.

Este índice se calcula operando peso : (altura x altura). Si María pesa 60 kg, ¿cuánto tendrá que medir para tener sobrepeso? Luego, ¿qué relación hay entre peso y altura respecto al IMC? Justifica tu respuesta.

## ACTIVIDAD 2

Las alturas de las chicas de 17-18 años en España siguen una distribución normal de media 163.04 cm y desviación típica 5.78. Respecto a esta distribución normal, ¿cuál es la probabilidad de que tú estés entre 162 y 166 cm? ¿Qué ocurrirá si te encuentras muy por debajo de la media? ¿Tendrá que ver algo más? Justifica tu respuesta.

## ACTIVIDAD 3

La altura de los chicos de 17-18 años de Logroño sigue una distribución normal con media desconocida y desviación típica 7,90. Si tomamos una muestra de chicos de esas edades y obtenemos que el intervalo de confianza al 95% es (167,76;198,87), ¿de qué tamaño es la muestra y cuál es su media? Si Manuel mide más que el valor más alto del intervalo y pesa 65 kg, ¿tendrá algún problema relacionado con el peso? Si es así, ¿cuál? Justifica tu respuesta.

## ACTIVIDAD 4

Según el INE (Instituto Nacional de Estadística), en 2009, los datos de los gastos medios totales (correspondientes al gasto de bebidas sin alcohol y de alimentos) y el gasto en vivienda, agua, electricidad, gas y otros combustibles en euros, por número de personas que forman la unidad familiar, son los mostrados en la *Tabla 12*.

<i>Número de miembros de la familia</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6 o más</i>
<i>Gastos medios totales</i>	18355,25	27755,08	33414,09	38576,14	40699,09	41562,31
<i>Gastos en vivienda, agua, electricidad, gas y otros combustibles</i>	7493,88	8990,72	9205,13	9645,19	10114,49	9272,18

Tabla 12: Gastos de la Actividad 4.

¿Existe alguna correlación dos a dos entre los datos estudiados en esta tabla? Si es así, ¿es débil o fuerte? Justifica tu respuesta.

## ACTIVIDAD 5

Han llegado nueve personas a la prueba psicotécnica de acceso a la policía local. Esta prueba se ha realizado mediante dos tests. Los resultados obtenidos por las nueve personas se muestran en la *Tabla 13*.

TEST 1	175	181	192	211	235	255	275	286	292
TEST 2	169	185	202	219	240	266	295	329	357

Tabla 13: Puntuaciones de los tests de la Actividad 5.

¿Qué relación existe entre los resultados de los dos tests? ¿Cómo puedes averiguarla?

Si se decide contar una pregunta como correcta para todas las personas presentadas debido a un error y se incrementa cada puntuación un 3.5%, ¿cambia la relación? ¿Por qué?

## ACTIVIDAD 6

La distribución de edades del Censo Electoral del 2002 para La Rioja y Navarra, según los estudios realizados por el INE (Instituto Nacional de Estadística), son las presentadas en la *Tabla 14*.

Edad	16-18	18-30	30-50	50-70	70-90
% La Rioja	3.27	20.76	31.5	27.89	16.1
% Navarra	4.56	30.44	36	21.67	8.91

Tabla 14: Distribución edades Actividad 6.

Representa los histogramas de la distribución dada sobre los mismos ejes, consiguiendo que se aprecie la diferencia entre las clases consideradas. ¿Qué puedes decir acerca de los resultados? Justifica tu respuesta.

Debido a que no hay tiempo para impartir más contenidos, no se podrán realizar otros proyectos para 2º de Bachillerato. Para aconsejarles sobre el aprendizaje de este tema, se propondrán los libros encontrados en el apartado 4.1.2. *Búsqueda de libros y proyectos relacionados* para su lectura opcional en casa. La relación de cada actividad con los objetivos expuestos en el apartado 5.2.1. *Objetivos de la intervención* pueden apreciarse en la *Tabla 15*.

Actividad	Objetivo
1	11
2	11
3	11
4	12,15
5	13
6	14,15

Tabla 15: Relación de actividades de Estadística y objetivos.

### 5.2.3. Materiales y recursos

Los materiales y recursos utilizados durante las actividades programadas se pueden observar a continuación:

- Recursos humanos: los alumnos y el profesor.
- Recursos del entorno: aula grande donde se imparte la clase habitual.
- Recursos físicos: pizarra.
- Recursos audiovisuales: proyector y ordenador del aula.

### 5.2.4. Criterios de evaluación

Para evaluar a los alumnos, se les propondrá la realización de un póster (explicado en el apartado 3.4.4. *Las Matemáticas en el aula*) por parejas. Se les informará de esta actividad al comenzar con el bloque de Estadística y se dejará una clase al finalizar el bloque para que los alumnos puedan exponerlo.

El póster deberá tratar sobre una aplicación de la estadística a la vida cotidiana de entre las vistas en clase con las actividades o de otra índole, siempre que tenga el consentimiento del docente. Lo deberán realizar fuera del aula. La exposición deberá durar menos de 5 minutos por pareja. El póster supondrá el 5% de la nota final y para su calificación se tendrán en cuenta los apartados descritos en la *Tabla 16*.

Apartado	Valoración
Originalidad	25%
Aplicación real	25%
Presentación	25%
Síntesis de información	25%

Tabla 16: Valoración del póster.

Además, se deberán entregar las seis actividades propuestas (desarrolladas en el apartado 5.2.2. *Descripción de su aplicación*), ya que estas también supondrán el 5% de la calificación final. Es decir, el póster y las actividades supondrán, juntos, el 10% de la nota final.

### 5.3. Propuesta para 3º de ESO

La propuesta de 3º de ESO es para los días en los que los alumnos ya saben si han aprobado todo o tienen que presentarse a alguna convocatoria extraordinaria de todos los contenidos de una o más asignaturas. En este año, esas semanas corresponden, como se puede observar en el apartado 3.3.3. *Calendario escolar*, a dos o tres (entre el final de la semana del 4 de junio al 19 de junio, fecha en la que empieza la convocatoria extraordinaria). La idea es aprovechar el tiempo con los alumnos que han aprobado todo (los que han suspendido alguna asignatura deben reforzarla) para poder contarles curiosidades y hacer actividades que no se hacen durante el curso. En concreto, se proponen dos actividades:

1. Ver la película “Con ganas de triunfar” y hacer un estudio de casos sobre ella.
2. Explicar algunas curiosidades del capítulo 9 del libro “Las matemáticas en la vida cotidiana” (mencionado en el apartado 4.1.2. *Búsqueda de libros y proyectos relacionados*), el cual versa sobre los números de identificación y los códigos de barras.

Las dos propuestas se describen a continuación.

#### 5.3.1. Estudio de casos sobre “Con ganas de triunfar”

La película “Con ganas de triunfar” (*Stand and deliver* en Estados Unidos), cuyo cartel es el que puede apreciarse en la *Figura 9*, es estadounidense. Se estrenó en 1988 y está basada en hechos reales. Trata sobre un profesor de matemáticas de Bachillerato boliviano, Jaime Escalante, que consigue motivar a una clase entera de un barrio pobre para que se presenten al examen de cálculo de acceso a la Universidad.



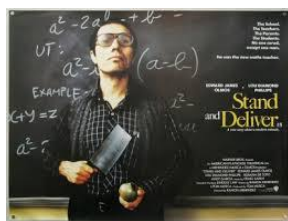


Figura 9: Cartel de la película “con ganas de triunfar”.

Lo más relevante que considero que se puede ver en la película son los aspectos que se listan a continuación:

- De vez en cuando cuenta hechos de la historia de las Matemáticas, lo que considero de gran ayuda a la hora del proceso de aprendizaje. Datos curiosos y reales siempre pueden motivar a los alumnos.
- Utiliza el refuerzo y el castigo del condicionamiento instrumental de Skinner (ver apartado 3.2.1. *Condicionamiento instrumental u operante de Skinner*) para conseguir que sus alumnos aprendan. Por ejemplo, hace una fila para ir preguntando a todos y los que no saben la respuesta o es errónea, los manda al final de la fila.
- Un alumno hace la pregunta: “¿para qué sirve lo que hacemos?”, y él le hace ver que la vida cotidiana esconde muchas matemáticas.
- Se aprenden trucos matemáticos, como el de multiplicar por nueve con las manos. Este truco consiste en que si, por ejemplo, quieres multiplicar nueve por dos, cuentas dos con los dedos y el segundo dedo lo bajas. A la izquierda queda un dedo, y a la derecha, ocho (es decir, dieciocho).

La propuesta consiste en ir viéndola durante las clases tras proponer un estudio de casos (explicado en el apartado 3.4.4. *Las Matemáticas en el aula*). El problema presentado en este estudio de casos será la falta de motivación del alumnado en las matemáticas. Serán los estudiantes de 3º de ESO quienes nos den soluciones a ello. El problema se hará notorio a través de la película, la cual ayudará a nuestros estudiantes a ver cómo partiendo de una falta de interés notable, los alumnos de la película pasan a estar comprometidos con un fin. Después, se elaborarán preguntas similares a las que se pueden observar a continuación:

- ¿Cómo se puede conseguir aumentar la motivación de un alumno en el aula?
- ¿Qué harías como docente para incrementar el interés de tu alumno en una clase de matemáticas?

Tras esto, se diseñarán unas actividades en las que todos los alumnos puedan participar con sus propuestas, de forma que aquellos que tengan varias de la misma índole se agruparán para desarrollarlas con más detalle. Luego se expondrán y todos los alumnos podrán intervenir y debatir las propuestas.

### 5.3.2. *Números de identificación y códigos de barras*

Este capítulo del libro de Solomon Garfunkel [7] trata los siguientes temas:

- Los cheques de viaje de American Express.
- Número de identificación en un banco.
- El código de barras para el código “39”.
- El código postal.

Estos temas se desarrollan en el *Anexo IV*. Considero que sería de gran interés trabajar este capítulo en los días en que se desarrolla la propuesta para 3º de ESO, ya que posee un poderoso atractivo matemático.

Además, lo mejor del libro es que, al final de cada capítulo, los contenidos explicados en él se refuerzan con ejercicios y con proyectos. Del mismo modo, también sugiere una serie de lecturas. Algunos de los proyectos que propone son los siguientes:

1. Prepare un informe sobre información codificada en su población. Algunas posibilidades que puede investigar son números de carné o números de identificación de los estudiantes. Identifique los esquemas de codificación y, cuando sea posible, determine si se emplea un dígito de control.
2. Imagine que trabaja en una pequeña compañía que no usa números de identificación ni códigos de barras para sus empleados ni para sus productos. Prepare un informe en el que se discutan varios métodos y se hagan recomendaciones.

Como puede verse, son proyectos que requieren investigación y que son muy interesantes. Por tanto, se podría utilizar como acentuador del gusto por las matemáticas.

## 6. DISCUSIÓN

En este apartado, se discutirán los tres subapartados expuestos dentro del apartado 5. *Propuesta de intervención didáctica*. Primero, se realizará un breve estudio del plan de viabilidad de la propuesta de los ámbitos sobre porcentajes e incrementos para 3º de ESO; después, sobre el ámbito de Estadística para 2º de Bachillerato; y por último, de la propuesta para los días anteriores a las convocatorias extraordinarias de 3º de ESO.

### 6.1. Discusión sobre porcentajes e incrementos

La propuesta presentada en el punto 5.1. *Cálculo de porcentajes e incremento porcentual, operaciones aritméticas y promedios* considero que es viable, pues creo que se podría encajar dentro de las programaciones de los cursos de 3º de ESO a lo largo de todo el curso académico, ya que está planificada para realizarla durante 20 minutos por semana (como se explica en el apartado mencionado). Cabe destacar que hay semanas en las que se invierte más tiempo, como se puede ver en la *Tabla 7.4* y *Tabla 7.5*, debido a una actividad exterior al centro y a las sesiones en las que se lleva a cabo el juego (5.1.2. *Descripción de su aplicación*). En ellas, se requieren 30 minutos. A pesar de creer en su viabilidad, también considero que tiene sus inconvenientes. Estos y sus ventajas pueden verse en la *Tabla 17*.

Ventajas	Inconvenientes
<ul style="list-style-type: none"><li>• Escapa de la rutina del método tradicional y otorga la posibilidad de participar activamente al alumnado.</li><li>• Incrementa la motivación y el interés de los alumnos por las matemáticas.</li><li>• Mejora la conducta de los alumnos debido al concurso y la empatía.</li><li>• Mejora el trabajo en equipo y colaborativo.</li><li>• Se trabaja en una base coeducativa (nombres de los equipos), son dos matemáticos y dos matemáticas históricas.</li><li>• Uso de conocimientos en la vida cotidiana.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Si alguna semana el tiempo no es adecuado para impartir los contenidos curriculares, no se podrían utilizar los minutos correspondientes a la propuesta de esa semana.</li><li>• El hecho de recompensar con libros como recompensa a los ganadores se tendría que estudiar, ya que supone un factor económico y está por ver si realmente supone una motivación para los alumnos.</li></ul>

Tabla 17: Ventajas e inconvenientes de la propuesta sobre porcentajes e incrementos.

Además, con esta propuesta, cabe mencionar que los alumnos conocerán la vida de grandes matemáticos de la historia, lo que les servirá de estímulo al ser conscientes de cómo personas como ellos, a las que pueden ponerles cara y de las que conocen sus respectivas circunstancias, lograron un gran avance en la ciencia con sus estudios.

## 6.2. Discusión sobre estadística

La viabilidad de la propuesta expuesta en el apartado 5.2. *Estadística* opino que es favorable. Creo que se puede llevar a cabo en todos los institutos. Las ventajas e inconvenientes de dicha propuesta pueden observarse en la *Tabla 18*.

Ventajas	Inconvenientes
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interdisciplinariedad</li> <li>• Aumento de motivación</li> <li>• Puede ayudar a los alumnos a decantarse por una carrera en caso de duda.</li> <li>• No consume mucho tiempo.</li> <li>• Relacionan los conocimientos con la vida cotidiana.</li> <li>• Se incluye una estrategia de enseñanza distinta de la tradicional en 2º de Bachillerato, lo cual es tan inusual como positivo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Si no se dispone de tiempo, debido a la necesidad de impartir todos los contenidos de la EBAU, puede que no se pueda hacer la presentación del póster.</li> </ul>

Tabla 18: Ventajas e inconvenientes de la propuesta sobre Estadística.

## 6.3. Discusión sobre la propuesta para 3º de ESO

La propuesta descrita en el apartado 5.3. *Propuesta para 3º de ESO* es más que viable, ya que gracias a las prácticas del máster he podido apreciar que los días que transcurren entre que los alumnos saben si han aprobado todas las asignaturas finales o no y las convocatorias extraordinarias constituyen un problema para los alumnos que han aprobado todo. Esto es debido a que todos ellos, independientemente de si han aprobado o no, tienen que ir a clase obligatoriamente. Creo que esta propuesta es una forma de que los alumnos que han aprobado todo aprendan contenidos nuevos y curiosidades con las que puedan aumentar su interés por las matemáticas. Considero que supone tan sólo beneficios como la interdisciplinariedad, sin conllevar ningún inconveniente.

# 7. CONCLUSIONES

## 7.1. Balance

La idea del proyecto de innovación descrito en este TFM surgió a raíz de las prácticas del máster. Durante la realización de las mismas, comprendí que se debía cambiar la metodología tradicional en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Como tuve la oportunidad de impartir Estadística a un grupo de 2º de Bachillerato de Ciencias Sociales, pude poner a prueba alguna actividad de las planteadas y noté lo siguiente:

- Aumento de motivación y de interés en el alumnado.
- Mayor participación en clase.
- Mayor número de personas que realizaban los deberes.

A partir de entonces, pensé en realizar una propuesta para alumnos de la ESO, ya que en este ciclo se dispone de más tiempo y se pueden realizar un mayor número de actividades. Además, se dio la circunstancia de que, en las reuniones del Departamento de Matemáticas del instituto donde cursé las prácticas, se solía mencionar el tema de los días obligatorios de asistencia para todos los alumnos antes de las convocatorias extraordinarias y el problema que esto suponía, debido a que habría alumnos que, para entonces, ya tendrían todo aprobado y no tendrían nada que hacer. Esto me confirmó la conveniencia de preparar esta propuesta de intervención didáctica, la cual decidí plantear a un grupo de 3º de ESO debido a que creía necesario el refuerzo de los contenidos que trata en este curso dada su importancia. Por tanto, llegados a este punto, ya tenía una propuesta de Estadística para 2º de Bachillerato y dos propuestas para 3º de ESO: una durante el curso académico y otra para solucionar el problema de los días mencionados. Después, fijé la lista de objetivos que quería lograr.

En vista de la propuesta de intervención didáctica, considero que satisface todos los objetivos planteados en la teoría. Desde un punto de vista práctico, sólo pude poner a prueba, como ya he dicho, alguna actividad de estadística propuesta para 2º de Bachillerato. Además, como ya se ha estudiado en el punto 6. *Discusión*, dicha propuesta, bajo mi punto de vista, es viable. Incluso, si estudiamos por separado lo propuesto a 2º de Bachillerato y a 3º de ESO, puede observarse que lo descrito para cada uno tiene más ventajas que inconvenientes.

Lo más importante es que, de esta manera, los alumnos comprenderían el uso de las matemáticas en la vida cotidiana, que es el fin último de este TFM.

Por tanto, puede concluirse que se ha logrado una propuesta de intervención didáctica con los requerimientos deseados y que cumple todos los objetivos planificados, pero que todavía, en su totalidad, no se ha puesto en práctica.

## 7.2. Metaevaluación

Las técnicas utilizadas con el fin de determinar el nivel de éxito de las propuestas planteadas se explican a continuación:

- Cálculo de porcentajes e incremento porcentual, operaciones aritméticas y promedios (explicada en el apartado 5.1): seguimiento del concurso observando el entusiasmo y la atención que los alumnos le prestan en el aula. Si observo el impacto que causa en ellos cada semana, podré medir si realmente están interesados en los conocimientos nuevos que están aprendiendo y si aumenta su motivación.
- Estadística y propuesta para 3º de ESO (descritas en los apartados 5.2 y 5.3, respectivamente): para ambas propuestas se realizará una encuesta de satisfacción con preguntas similares a las que se pueden encontrar en el *Anexo V*.

## 7.3. Mejoras

Este proyecto puede ampliarse de tal manera que los alumnos tengan más conocimientos acerca de las aplicaciones de las matemáticas a la vida cotidiana, pero para ello se debería estudiar el tiempo dentro del curso escolar necesario para impartirlos. Algunas de las mejoras que se podrían llevar a cabo son las siguientes:

- Realizar una propuesta para que los alumnos tengan conocimientos acerca del uso de las funciones en la vida cotidiana.
- Hacer propuestas de intervención didáctica siguiendo objetivos similares para los demás cursos de la ESO y de Bachillerato.
- Introducir más actividades en el concurso propuesto para 3º de ESO.
- Si se dispone de más tiempo en 2º de Bachillerato, dedicar más clases a la aplicación de la estadística en la vida cotidiana.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Fonseca Pedrero E. La adolescencia: cambios biopsicosociales, 47-49. Universidad de La Rioja.
- [2] del Estado, B. O., de La Rioja (2015). Real Decreto 19/2015 de 12 de junio, por el que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria.
- [3] del Estado, B. O., de La Rioja (2015). Real Decreto 21/2015 de 26 de junio, por el que se establece el currículo de Bachillerato.
- [4] de La Rioja, Gobierno (2017-2018). Calendario escolar curso académico 2017-2018. *Educación, Formación y Empleo*.
- [5] Chocarro de Luis E.. Metodología: Estrategias de enseñanza, 12-14. Universidad de La Rioja.
- [6] Blasco F. (2009). El periodista matemático: la influencia de las matemáticas en la vida cotidiana. Temas de hoy.
- [7] Garfunkel, S. (1999). Las matemáticas en la vida cotidiana. *Adison Wesley Iberoamericana, Madrid*.
- [8] Gómez, J. (2002). De la enseñanza al aprendizaje de las matemáticas. Paidós.





## 9. ANEXOS

### 9.1. Anexo I: Leyes educativas

Para poder hablar de la LOE (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación) y la LOMCE (Ley Orgánica 8/2013, del 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa), considero relevante hacer una breve alusión a la LOGSE (Ley Orgánica General del Sistema Educativo, del 3 de octubre de 1990).

La **LOGSE** supuso la modificación del sistema educativo en:

- Educación Primaria Obligatoria, de 6 a 12 años.
- Educación Secundaria Obligatoria (ESO), de 12 a 16 años.
- Bachiller / Formación Profesional.

Sus principios educativos eran la normalización y la integración; es decir, que la educación debe ser igual para todos. Esto significa que se pretendía obtener una educación homogénea, independientemente de los problemas de aprendizaje que pudieran observarse en cada individuo u otras diferencias. Además, introdujo el concepto de personas con “necesidades educativas especiales”: personas que, ya sea de forma temporal o permanente, necesitan cubrir cierta necesidad a través de una ayuda educativa. Los contenidos se dividieron en:

- Conceptuales: se tienen en cuenta los conceptos de los contenidos a enseñar.
- Procedimentales: se refleja la importancia de los procedimientos a la hora de realizar los ejercicios.
- Actitudinales: la actitud del alumno también se tiene en cuenta en el sistema educativo.

La **LOE**, en lugar de la integración de la LOGSE, optó por la inclusión e introdujo el término de “alumnado con necesidad específica de apoyo educativo”, que se trataba de una ampliación del término de personas con “necesidades educativas especiales” de la LOGSE. Muy importante es el hecho de que la LOE fue la que introdujo el concepto de competencias básicas, estableciéndose las ocho siguientes:

1. Competencia en comunicación lingüística.
2. Competencia matemática.

3. Competencia en el conocimiento e interacción con el mundo físico.
4. Tratamiento de la información y competencia digital.
5. Competencia social y ciudadana.
6. Competencia cultural y artística.
7. Competencia para aprender a aprender.
8. Autonomía personal.

Además, los contenidos ya no se dividieron en conceptuales, procedimentales y actitudinales como en la LOGSE, sino que se integraron conjuntamente.

La **LOMCE** surgió con los siguientes objetivos:

- Reducir la tasa de abandono temprano.
- Mejorar el espíritu emprendedor.
- Mejorar los resultados educativos de acuerdo a los criterios internacionales.

Esta ley educativa supuso lo siguiente:

- Aumento de la autonomía de los centros.
- Refuerzo de la capacidad de gestión de la dirección de los centros.
- Evaluaciones externas a final de cada etapa.
- Flexibilidad de las trayectorias para la atención a la diversidad.

En lugar de mantener las ocho competencias clave de la LOE, la LOMCE tiene siete, las cuales se muestran a continuación:

1. Competencia en comunicación lingüística.
2. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
3. Competencia digital.
4. Competencia para aprender a aprender.
5. Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.
6. Conciencia y expresiones culturales.
7. Competencias sociales y cívicas.

La LOMCE también estableció que en Educación Primaria, en Educación Secundaria Obligatoria y en Bachillerato las asignaturas se agruparan en tres bloques:

- Asignaturas troncales.
- Asignaturas específicas.
- Asignaturas de libre configuración autonómica.

## 9.2. Anexo II: Recursos didácticos tecnológicos

Algunos de los recursos didácticos tecnológicos más relevantes que se encuentran actualmente en el mercado para el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas son los siguientes:

1. **MisMates:** es una plataforma que tiene como objetivo ayudar a los alumnos de la ESO a repasar los contenidos de Matemáticas vistos en clase. Esta plataforma de Oxford Education, la cual puede verse en la *Figura 10*, dispone de diversas áreas de trabajo y una libreta digital, y ofrece a los alumnos distintas expresiones algebraicas que ellos pueden modificar. Es muy funcional y práctica, y supone retos para los alumnos con los que podrán poner en práctica sus conocimientos.



Figura 10: MisMates.

2. **Ejercicios de Matemáticas:** es un portal, como el que se aprecia en la *Figura 11*, que cuenta con muchas actividades sobre los distintos contenidos que se imparten en Matemáticas de la ESO y Bachillerato. También está orientado a personas que quieren realizar la prueba de acceso a la Universidad de mayores de 25 años.



Figura 11: Ejercicios de Matemáticas.

3. **Amo las mates:** es una plataforma, como puede observarse en la *Figura 12*, con contenidos matemáticos, actividades adaptadas y juegos. Está dirigido a alumnos de Primaria, ESO y Bachillerato.



Figura 12: Amo las mates.

4. **Marcia Levitius:** el objetivo de este portal es trabajar la destreza y la lógica. Por ello, cuenta con rompecabezas, ecuaciones y series, así como con problemas resueltos. Puede verse en la *Figura 13*.



Figura 13: Marcia Levitius.

5. **Sangakoo:** es una red colaborativa que opta por el aprendizaje colaborativo y la imaginación. Está dirigida a Primaria, ESO y Bachiller. Cuenta con contenidos matemáticos y con problemas. Se puede ver en la *Figura 14*.



Figura 14: Sangakoo.

6. **Geogebra:** es una herramienta tecnológica de geometría dinámica, como aparece en la *Figura 15*, que permite realizar gráficas y funciones. Realmente es muy útil, porque permite ver una función de forma rápida y sencilla, tan sólo insertando una serie de parámetros. Considero que es de gran ayuda para los docentes a la hora de explicar este tipo de temas, ya que ayuda a los alumnos a su comprensión de forma visual.



Figura 15: Geogebra.

### 9.3. Anexo III: Economía de fichas

La economía de fichas es una técnica psicológica de modificación de conducta que resulta de gran utilidad cuando se trabaja con alumnos, ya que está orientada a establecer un control en un entorno determinado con el objetivo de controlar las conductas de las personas. Este control se produce mediante un sistema de fichas que el docente establece. Es decir, si un alumno se comporta adecuadamente o como el docente pretende conseguir, le da una ficha, lo cual repercute en que se repita ese comportamiento en el futuro. También puede ocurrir al contrario, que un alumno se comporte mal y el docente decida quitarle una ficha, lo cual hará que en el futuro deje de comportarse de ese modo. Una ficha no tiene por qué ser lo que su propio nombre indica, sino que es un premio o recompensa que el docente lleva a cabo si siguen una serie de pautas de conducta. Por ejemplo, una ficha puede consistir en incrementar 0,1 la nota final. Lo verdaderamente importante es que, a medida que se vaya aplicando una economía de fichas, cada vez los alumnos tengan que poner más empeño y más esfuerzo en conseguirla. Esto se realiza para que por un mismo comportamiento, como puede ser “hacer los deberes”, el alumno no reciba constantemente una ficha. Por ello, se recomienda, a medida que se va aplicando, cambiar lo establecido con respecto a la entrega de las fichas.

La economía de fichas tiene numerosas ventajas, ya que se puede aplicar tanto a nivel individual (a una sola persona) como a nivel colectivo (a un grupo de alumnos). La obtención de las fichas por parte del alumno consigue incrementar su motivación e incentivarle en el sentido de la repetición del mismo comportamiento. Por lo tanto, la ficha actúa como un refuerzo positivo.

Si se decide establecer una economía de fichas, hay que tener en cuenta los siguientes apartados:

- Hay que fijar unos objetivos y unas metas en función de las personas con las que se trabaje. Estos serán diferentes para un grupo de alumnos que para otro, dependiendo de las conductas que se deseen reforzar y cuáles se pretendan evitar.
- Se debe escoger qué ficha se quiere utilizar.
- Hay que prestar atención al hecho de qué recompensas se van a llevar a cabo y a cuántas fichas equivalen.

- Se debe elegir a un supervisor; es decir, a la persona que realice el seguimiento y control de la economía de fichas y estudie si se está llevando a cabo del modo correcto.
- Es mejor fijar pocos objetivos y definirlos mejor.

Una vez que se lleve a cabo una economía de fichas, pueden aparecer obstáculos o dificultades que nos impidan seguir con su realización, como por ejemplo:

- Problemas con la consecución de las fichas.
- Falta de supervisor.
- Malentendidos y tensiones entre alumnos debidos al deseo de la consecución de fichas.
- Elección errónea de fichas.

A pesar de estas dificultades, es muy posible que, con una buena planificación al comienzo de la economía de fichas, se logren evitar.

## 9.4. Anexo IV: Códigos de barras

### 9.4.1. Los cheques de viaje de American Express

El cheque de viaje de American Express con número de identificación 210687315 tiene dígito de control 3, puesto que  $2 + 1 + 0 + 6 + 8 + 7 + 3 + 1 + 5 = 33$  y  $33 + 3$  es divisible entre 9.

El esquema usado en los billetes de avión por las compañías Federal Express y UPS en sus envíos, así como por las compañías de alquiler de coches Avis y National, asigna como dígito de control el resto de dividir entre 7. Por ejemplo, el dígito de control para el número 540047 es 4 puesto que  $540047 = 7 \times 77149 + 4$ . Este método no descubrirá las sustituciones de 0 por 7, 1 por 8 y 2 por 9, o viceversa. Sin embargo, al contrario que el método del Servicio Postal, detectará transposiciones de dígitos contiguos, excepción hecha de los pares 0, 7; 1, 8; o 2, 9. Por ejemplo, si 5400474 fuera tecleado en un ordenador como 4500474 (se han intercambiado los dos primeros dígitos), este detectará que el código de control debería ser 3, puesto que  $450047 = 7 \times 64292 + 3$ . Como el último dígito del número introducido no es 3, se detecta el error.

### 9.4.2. Número de identificación de un banco

El North Shore Bank of Commerce de Duluth, Minnesota, tiene el número 091900106 en la parte inferior de todos sus cheques. El dígito de control 6 es el último dígito de  $7 \times 0 + 3 \times 9 + 9 \times 1 + 7 \times 9 + 3 \times 0 + 9 \times 0 + 7 \times 1 + 3 \times 0 = 106$ .


Uno de los métodos más eficientes para detectar errores es uno usado por las principales compañías de tarjetas de crédito, así como por muchas bibliotecas, bancos de sangre, compañías reveladoras de fotos, bancos alemanes y el departamento que concede los permisos de conducir en Dakota del Sur. Se llama "Codabar". Digamos que un banco quiere emitir una tarjeta con un número de identificación 3125600196431. Debe añadir un dígito extra para descubrir errores. Esto se hace de la siguiente manera: se suman los dígitos en las posiciones 1, 3, 5, 7, 9, 11 y 13 y se duplica el resultado:  $(3 + 2 + 6 + 0 + 9 + 4 + 1) \times 2 = 50$ . A continuación, se cuenta el número de dígitos en las posiciones 1, 3, 5, 7, 9, 11 y 13 que exceden a 4 y se añade este número al total anterior.



En el ejemplo, solamente 6 y 9 exceden a 4, de manera que tenemos que añadir 2 y el nuevo total es 52. Después, se añaden los dígitos restantes:  $52 + (1 + 5 + 0 + 1 + 6 + 3) = 68$ .

#### 9.4.3. El código de barras para el código “39”

Para entender este concepto, se puede ver a continuación un ejemplo del código “39” para el número 210SA0162322ZA. Para determinar el carácter de control, en primer lugar, convertimos los caracteres alfabéticos a su correspondiente representación numérica:

210SA0162322ZA  2, 1, 0, 28, 10, 0, 1, 6, 2, 3, 2, 2, 35, 10.

Después, calculamos:

$$\begin{aligned} &15 \times 2 + 14 \times 1 + 13 \times 0 + 12 \times 28 + 11 \times 10 + 10 \times 0 + 9 \times 1 + 8 \times 6 + 7 \times 2 + \\ &+ 6 \times 3 + 5 \times 2 + 4 \times 2 + 3 \times 35 + 2 \times 10 = 30 + 14 + 0 + 336 + 110 + 0 + 9 + \\ &+ 48 + 14 + 18 + 10 + 8 + 105 + 20 = 722. \end{aligned}$$

Ahora seleccionamos  $a_{15}$  de manera que  $722 + a_{15}$  sea divisible entre 36. Puesto que 722 cuando se divide entre 36 da resto 2 ( $722 = 36 \times 20 + 2$ ), se elige  $a_{15}=34$ . Finalmente convertimos 34 en Y. Por tanto, el número es 210SA0162322ZAY.

En muchas de las aplicaciones del código “39” están permitidos los siete caracteres especiales “-“, “.”, “espacio”, “\$”, “/”, “+”, y “%”. A estos caracteres se les asignan los valores numéricos comprendidos entre 36 y 42. En estas aplicaciones, el dígito de control queda determinado por el resto de dividir entre 43 en lugar de entre 36.

#### 9.4.4. El código postal

En algunas ocasiones, los números de identificación codifican los datos geográficos. El código postal, los números de la Seguridad Social y los números de teléfono son ejemplos de esto. En 1963, el Servicio Postal de Estados Unidos numeró cada una de sus oficinas de correos con un código postal de cinco dígitos. Los números comienzan con ceros en el este (00601 para Adjuntas, en Puerto Rico) y van hasta los noventa y cinco en el oeste (99950 para Ketchikan, en Alaska). He aquí lo que significan los cinco primeros dígitos. Se usa como ejemplo uno de los códigos postales de Duluth, Minnesota: 55812.

- El primer dígito, 5, representa a uno de entre diez distritos nacionales, que son normalmente un grupo de estados. Los números comienzan en el este (0) y terminan en el oeste (9).
- Los dos dígitos siguientes, 58, en combinación con el primero, 5, identifican un punto central de distribución de correo, conocido como centro de sección. La ubicación de un centro de sección está basada en su situación geográfica, los transportes disponibles y la densidad de población; a pesar de que solo hay cuatro centros regionales para todo el estado de Utah, hay seis de ellos para la ciudad de Nueva York.
- Los dos últimos dígitos, 12, identifican a la ciudad o a la oficina local de correos. El orden es normalmente alfabético en las ciudades con una misma área de reparto. Por ejemplo, las ciudades con nombres que empiezan por “A” tienen normalmente números bajos. En muchos casos, la ciudad más grande en una región recibe el número 01 y a las ciudades que la rodean se les asignan dígitos sucesivos en orden alfabético.

## 9.5. Anexo V: Encuesta de satisfacción

### Encuesta sobre las propuestas

Contesta, si eres tan amable, a las preguntas que se plantean a continuación. Recuerda que esta encuesta es totalmente anónima y que se agradecerá que contestes con la mayor sinceridad posible.

1. ¿Te ha parecido útil lo que has aprendido?

---

Si es no es así, ¿por qué?

---

2. ¿Qué consideras que se debería cambiar para mejorar la propuesta?

---

3. ¿Te gustaría realizar alguna otra actividad en concreto relacionada con las matemáticas?

---

4. ¿Qué opinas acerca de las explicaciones llevadas a cabo en el aula?  
¿Crees que son muy malas, malas, regulares, buenas o muy buenas?

---

5. ¿Estás satisfecho con el trabajo realizado? ¿Por qué?

---

6. ¿Te gustaría tener más clases de este tipo? (Sí / No)

---

